

分类号： 0441.4

单位代码： 10335

密 级： 公开

学 号： 11731001

浙江大学

博士学位论文



中文论文题目： 新型光学拓扑绝缘体的理论与实验研究

英文论文题目： Theoretical and experimental investigation of novel photonic topological insulators

申请人姓名： 张莉

指导教师： 陈红胜教授；杨怡豪研究员

合作导师： _____

专业名称： 电子科学与技术

研究方向： 拓扑光子学；光子晶体

所在学院： 信息与电子工程学院

论文提交日期 二零二二年四月

新型光学拓扑绝缘体的理论与实验研究



论文作者签名: 张莉

指导教师签名: 陈红岩

论文评阅人 1: 隐名评阅

评阅人 2: 隐名评阅

评阅人 3: 隐名评阅

评阅人 4: 隐名评阅

评阅人 5: 隐名评阅

答辩委员会主席: 高飞 研究员 浙江大学信息与电子工程学院

委员 1: 林晓 研究员 浙江大学信息与电子工程学院

委员 2: 沙威 研究员 浙江大学信息与电子工程学院

委员 3: 彭亮 教授 浙大城市学院信息与电气工程学院

委员 4: 阮智超 教授 浙江大学物理系

委员 5: _____

答辩日期: 2022 年 6 月 9 日

**Theoretical and experimental investigation of
novel photonic topological insulators**



Author's signature: Li Zhang

Supervisor's signature: Hongchang Chen

External Reviewers: _____ Anonymous
_____ Anonymous
_____ Anonymous
_____ Anonymous
_____ Anonymous

Examining Committee Chairperson:

Fei Gao Research Professor Zhejiang University

Examining Committee Members:

Xiao Lin Research Professor Zhejiang University

Wei Sha Research Professor Zhejiang University


Liang Peng Professor Zhejiang University City College

Zhichao Ruan Professor Zhejiang University

Date of oral defence: _____ Jun 9th 2022

浙江大学研究生学位论文独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得浙江大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。


学位论文作者签名：

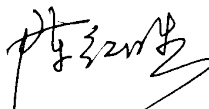
签字日期：2022年6月10日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解浙江大学有权保留并向国家有关部门或机构送交本论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权浙江大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索和传播，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

(保密的学位论文在解密后适用本授权书)

学位论文作者签名：

导师签名：

签字日期：2022年6月10日

签字日期：2022年6月10日

致 谢

时光荏苒，我五年的博士求学生涯即将结束。还记得 2016 年的夏天第一次来到浙江大学参加夏令营。在那个炎热的夏日，我确定了来浙江大学信息与电子工程学院攻读博士学位。当时对于博士学习生活的激动及迷茫之情至今能深刻感受到。回首这五年的时光，我感受到博士学习的充足与迷茫、欣喜与遗憾，这也将是我人生中最难忘的回忆之一。在本文即将完成之际，我由衷的写下本篇致谢，感谢这些在我博士期间帮助过我的老师、同学、朋友以及家人。

首先，诚挚地感谢我的恩师陈红胜教授。从大四的毕业设计开始，陈红胜教授就一直指导我的科研学习。在陈老师的鼓励和支持下，我放心大胆地开展多项科研项目。在这五年中，我的各方面能力都得到了显著的提升，达到了我未曾想象过的高度。陈老师严谨的科研态度、肩负国家重任的家国情怀以及积极乐观的生活态度是我一辈子学习的楷模。

感谢杨怡豪师兄在博士期间一直给予我帮助，悉心指导我进行科学研究，带领我走进拓扑领域。能与杨怡豪师兄这样如此优秀的学者学习并合作发表多篇论文是我博士期间最幸运的事之一。杨怡豪师兄对学术的热爱以及杰出的科研能力是我一生学习的典范。

感谢新加坡南洋理工大学张柏乐老师、苏州大学蒋建华老师、江苏大学孙宏祥老师和葛勇老师以及多位合作的老师与同学们对我科研上的指导与帮助！

感谢实验室的各位成员们以及朋友们在这五年多的时间里给予我的帮助。

最后，感谢我的父母对我长达 27 年以来一直无私的支持和帮助以及我丈夫曹思源博士的一路相伴。

张莉

2022 年 6 月于玉泉

摘要

电磁器件在电子信息、量子计算、航空航天等领域具有广阔的应用前景。随着科技的迅猛发展，电磁器件的性能需要达到更高的要求，如低传输损耗及强抗干扰性等。然而，在传统电磁器件中，电磁波遇到拐弯、无序、杂质等障碍时会发生不可避免的有害散射，从而导致传输效率下降。另一方面，最近提出的光学拓扑绝缘体，其内部不可传导电磁波，但其表面可传输对上述障碍“免疫”的表面波，进而为从本质上解决上述问题提供了新思路。本文围绕光学拓扑绝缘体的机理和应用基础，系统地进行理论和实验研究，主要聚焦于基于一维光学拓扑绝缘体的无线能量传输系统、基底集成谷霍尔光学拓扑绝缘体以及二维表面波高阶光学拓扑绝缘体。此外，本文在非厄米拓扑电磁学方面，提出了非厄米趋肤效应的理论与实验研究方法。本文研究作为光学拓扑绝缘体的应用及学科交叉等方面提供了理论拓展和方法指导。

本论文的创新性工作成果如下：

1. 在一维光学拓扑绝缘体研究方向，针对传统无线能量传输系统无法同时满足远距离传输与抗微扰的高效传输的局限性，结合一维电磁拓扑绝缘体与基于磁共振及近场耦合的非辐射磁耦合无线能量传输系统，提出了拓扑无线能量传输的新机制。特别地，在奇异点附近，该拓扑无线能量系统的传输效率可达 **60.2%**；即使引入微扰，该系统仍可保持极高的传输效率和小于 **0.5%** 的频率偏移。

2. 在二维光学拓扑绝缘体研究方向，针对光学拓扑绝缘体难集成和体积大等问题，提出了基底集成谷霍尔光学拓扑绝缘体的设计方法。该光学拓扑绝缘体可支持沿任意界面传输的拓扑谷扭结态；该谷扭结态可无反射绕过大角度拐角及多种无序等障碍，证明了其具有拓扑保护鲁棒性；进一步地，利用谷态锁定特性，提出了依赖于几何形状的拓扑通道交叉器，并实验验证其可行性。

3. 在二维高阶光学拓扑绝缘体研究方向，针对高阶光学拓扑绝缘体工作频

率有限、结构体积大等局限性，提出了基于表面波光子晶体的二维高阶光学拓扑绝缘体的设计方法。该系统具有亚波长单元结构，有利于集成。此外，由于多重布拉格散射特性，该系统具有极宽的拓扑带隙。通过调控系统几何参数，成功实验观测到了一维边界态及零维角态，并且证实了该角态具有拓扑保护的鲁棒性。该基于光子晶体的高阶拓扑绝缘体设计方法可拓展到太赫兹、红外线等更高频段。

4. 在非厄米拓扑研究方向，针对非厄米趋肤效应实验研究局限于单拓扑缠绕的现状，提出了基于放大电路的可调控非厄米非互易系统。通过调节最近邻耦合，实现了单拓扑缠绕的非厄米趋肤效应；进一步地，通过调节次近邻耦合，首次实验验证了基于扭曲拓扑缠绕的非厄米趋肤效应，并且观测到了布洛赫波拓展态。

关键词：光学拓扑绝缘体；光子晶体；非厄米电磁学；无线能量传输；高阶拓扑绝缘体

Abstract

Electromagnetic devices have wide applications in electronic information, quantum computation, aerospace and other fields. With the rapid development of science and technology, the performance of electromagnetic devices needs to meet higher requirements, such as low transmission loss and robustness to perturbations and so on. However, in conventional electromagnetic devices, electromagnetic waves will occur scattering or refraction when they encounter obstacles such as bends, disorder and impurities, leading to a sharp decrease in transmission efficiency. The development of photonic topological insulators essentially solves this problem. The interior of the photonic topological insulator cannot transmit electromagnetic waves, while surface waves can propagate through its surface that are robust to the obstacles. In this thesis, we propose and experimentally demonstrate topological wireless power transfer systems, valley kink states in substrate-integrated photonic circuitry and higher-order topological states in surface-wave photonics crystals. In addition, we propose and experimentally realize non-Hermitian skin effect based on non-Hermitian topological theory. This thesis provides theoretical and experimental support for the application and interdiscipline of photonic topological insulators.

The contents of the thesis can be cataloged as follows:

1. We realize the first work based on one-dimensional photonic topological insulators. In conventional wireless power transfer systems with long transfer distances, the transmission efficiency is relatively low and sensitive to perturbations. To solve this problem, the concept of topological wireless power transfer is proposed, which combines electromagnetic topological insulators with the non-radiative magnetically coupled wireless power transfer system based on magnetic resonance and near-field coupling. Near the exceptional point, the transmission efficiency of the proposed topological wireless power system can reach 60.2%. This system can maintain high transmission efficiency

- and less than 0.5% frequency shift even in the presence of disorder.
2. We realize the second work based on two-dimensional photonic topological insulators. Photonic topological insulators have difficulties in integration due to their bulky sizes. To solve this problem, valley kink states in subwavelength substrate-integrated photonic circuitry are experimentally demonstrated and manipulated. The topological valley kink state in the proposed photonic topological insulator can propagate along generic interfaces. The valley kink states are experimentally verified to be robust against obstacles such as sharp bendings and disorders. In addition, geometry-dependent topological channel intersections are designed by utilizing valley lock chirality.
 3. We realize the third work based on two-dimensional high-order photonic topological insulators. High-order topological insulators suffer from either limited operational frequencies or bulky structures. To solve this problem, a two-dimensional high-order photonic topological insulator based on surface-wave photonic crystals is proposed, which has a subwavelength structure. Due to the multiple Bragg scattering, this system has a relatively large topological bandgap. by tuning the parameters in the system, one-dimensional edge states and zero-dimensional corner state are experimentally observed. In addition, the robustness of corner state is verified by introducing various perturbations. The design principle can be applied to terahertz, infrared and other higher frequency regimes.
 4. We realize the last work based on non-Hermitian topology. Demonstrations of non-Hermitian skin effect are all based on a single winding topology. To solve this problem, a tunable non-Hermitian non-reciprocal system is proposed based on amplifiers. By adjusting the nearest-neighbor coupling, non-Hermitian skin effect based on single-winding topology is demonstrated. By adjusting the next-nearest-neighbor coupling, non-Hermitian skin effect based on twisted-winding topology and a Bloch-wave-like extended mode are demonstrated for the first time.

Keywords: Photonic topological insulator, Photonic crystal, Non-Hermitian electromagnetics, Wireless power transfer, High-order topological insulators

插图

1.1	本论文主要研究内容、拟解决的关键科学问题及创新点。	4
2.1	一维光学拓扑绝缘体 SSH 模型。(a) 一维 SSH 模型示意图; (b) 不同参数下一维 SSH 模型的色散关系。	8
2.2	一维光学拓扑绝缘体。(a), (b) 利用介质纳米柱实现一维 SSH 模型光学拓扑绝缘体的样品及其拓扑边界态 ^[80] ; (c) 利用等离子体纳米柱实现一维 SSH 模型光学拓扑绝缘体的示意图 ^[79] ; (d), (e) 量子系统中一维光学拓扑绝缘体示意图及边界态的拓扑鲁棒性 ^[89] 。	9
2.3	量子霍尔光学拓扑绝缘体。(a) 利用旋电光子晶体实现量子霍尔光学拓扑绝缘体的能带结构 ^[11] ; (b) 利用旋磁光子晶体实现量子霍尔光学拓扑绝缘体的模型及场分布 ^[12] ; (c) 大陈数量子霍尔光学拓扑绝缘体的能带及场分布 ^[16] ; (d) 利用磁等离子体实现量子霍尔光学拓扑绝缘体的模型及场分布 ^[96] 。 .	11
2.4	量子自旋霍尔光学拓扑绝缘体。(a) 基于硅基环形谐振腔的量子自旋霍尔光学拓扑绝缘体及其边界态 ^[17] ; (b) 基于晶体对称性的量子自旋霍尔光学拓扑绝缘体及其边界态场分布 ^[18] ; (c) 基于双各向异性材料的量子自旋霍尔光学拓扑绝缘体及其边界态场分布 ^[19] ; (d) 基于超构波导的量子自旋霍尔光学拓扑绝缘体及其边界态场分布 ^[102] 。	12
2.5	量子谷霍尔光学拓扑绝缘体。(a) 基于三角形晶格介质柱的量子谷霍尔光学拓扑绝缘体 ^[25] ; (b) 基于蜂窝状晶格介质柱的量子谷霍尔光学拓扑绝缘体 ^[26] ; (c) 基于三角形晶格金属柱的量子谷霍尔光学拓扑绝缘体及其谷扭结态传输效率 ^[27] ; (d) 基于耦合光波导的量子谷霍尔光学拓扑绝缘体及边界态场分布 ^[28] 。	14
2.6	三维光学拓扑半金属。(a) 实现外尔点的双螺旋光子晶体 ^[29] ; (b) 实现 II 型	

- 外尔点的耦合单模波导^[108]; (c) 实现外尔点的马鞍形金属线圈光子晶体^[30];
 (d) 实现外尔点的太赫兹磁等离子体^[31]; (e) 实现外尔点的三维手性超材料^[30,109];
 (f) 实现二次色散外尔点的手性光子晶体^[110]; (g) 实现外尔点的具有
 滑移反射对称性光子晶体^[32]; (h) 实现外尔点的 C_3 对称性开口谐振环结构^[34]。..... 16
- 2.7 三维光学拓扑绝缘体。(a) 基于晶格对称性的三维光学拓扑绝缘体模型及拓
 扑能带^[116]; (b) 基于双螺旋磁性光子晶体的三维光学拓扑绝缘体模型及拓扑
 能带^[117]; (c) 基于双各向异性光子晶体的三维光学拓扑绝缘体的模型及拓扑
 能带^[37]; (d) 基于开口谐振环结构的三维光学拓扑绝缘体的模型及拓扑能带^[34]。..... 17
- 2.8 偶极子高阶光学拓扑绝缘体。(a) 二维 SSH 模型的哈密顿量及基于光子晶体
 的高阶光学拓扑绝缘体样品^[129]; (b) 基于近红外光子晶体的高阶光学拓扑绝
 缘体样品及仿真结果^[132]; (c) 基于可见光耦合光纤的高阶光学拓扑绝缘体样
 品及实验结果^[133]; (d) 基于耦合波导的高阶光学拓扑绝缘体样品及实验结果^[125]。..... 19
- 2.9 多极子高阶光学拓扑绝缘体。(a) - (d) 四极子 (八极子) 拓扑绝缘体原理
 图^[38]; (e) 基于微波电路的四极子光学拓扑绝缘体样品^[120]; (f) 基于电路的
 四极子光学拓扑绝缘体的样品^[124]; (g) 基于耦合光学环形谐振器的四极子光
 学拓扑绝缘体的样品^[138]; (h) 基于电路系统的八极子光学拓扑绝缘体的样品^[139]。..... 21
- 2.10 奇异点。(a) 宇称-时间对称相到宇称-时间对称破缺相的相变过程^[39]; (b) 基
 于三个耦合微环谐振腔的三阶奇异点示意图^[68]; (c) 基于反宇称-时间对称电
 路的奇异点模型^[147]; (d) 基于激光写入波导结构的光学拓扑宇称-时间对称
 系统示意图^[155]; (e) 非厄米系统复参数空间中黎曼面上奇异点运动轨迹^[151];
 (f) 基于非厄米系统的单向隐身示意图^[65]; (g) 基于非厄米系统的完美激光
 吸收器示意图^[156]; (h) 基于非厄米系统的无线能量传输系统样品^[154]。... 23
- 2.11 非厄米趋肤效应。(a) 基于量子行走系统的非厄米趋肤效应实验设备示意图

及实验结果^[42]；(b) 基于光学系统的非厄米趋肤效应实验设备示意图及实验结果^[43]；(c) 基于电路系统的非厄米趋肤效应的实验装置及实验结果^[44]；(c) 基于频率合成空间的非厄米趋肤效应的实验设备示意图及实验结果^[156]。 24

- 3.1 双线圈无线能量传输系统、多米诺骨牌形线圈无线能量传输系统和拓扑无线能量传输系统之间的比较。(a) 双线圈无线能量传输系统示意图。在该系统中，传输能量局域在两个线圈处（红线）；(b) 多米诺骨牌形无线能量传输系统示意图。在该系统中，能量通过两个反向传播模式叠加的驻波传输（红线）；(c) 本工作中的拓扑无线能量传输系统。在该系统中，能量聚集在谐振链的两端并在中间衰减（红线）。每个单元（蓝色虚线框）由两个绕向相反的线圈组成。 27
- 3.2 线圈谐振器结构。(a) 设计的线圈谐振器示意图；(b) 加工的线圈谐振器照片。 28
- 3.3 双振器无线能量传输系统的理论计算结果。 29
- 3.4 不同本征损耗下拓扑无线能量传输系统的本征频率谱。(a) - (d) 本征损耗 $\Gamma_0 = 0、0.05、0.1、0.2$ MHz 时，拓扑无线能量传输系统的本征频率谱。红/蓝线代表本征频率的实/虚部。 31
- 3.5 拓扑无线能量传输系统的理论分析。(a), (b) 本征频率的实部和虚部，黄色和白色区域分别表示拓扑非平庸相和平庸相。黑色虚线表示 $w/v = \kappa_c$ 处的奇异点，彩色实线和虚线分别表示边界态和体态；(c) 数值计算传输效率与频率和 w/v 之间的关系；(d) 传统的多米诺骨牌形无线能量传输系统（蓝线）和拓扑无线能量传输系统（红线）的平均效率与无序强度之间的关系。 .. 32
- 3.6 无线能量传输系统的工作频率。(a) 红点 ($f = 12.78$ MHz) 表示拓扑无线能量传输系统 ($w/v = \kappa_c$) 的工作频率；(b) 蓝点 ($f = 12.22$ MHz/13.34 MHz) 表示传统多米诺骨牌形无线能量传输系统 ($w/v = 1$) 的工作频率。 34
- 3.7 耦合系数仿真及拟合结果。(a), (b) 由绕向相反/相同线圈组成单元的能带。红点表示 CST 仿真结果。蓝线表示广义 SSH 哈密顿量数值计算结果。 35

3.8	耦合系数与线圈距离之间的关系。	36
3.9	双谐振腔系统的实验结果。	36
3.10	拓扑无线能量传输系统的实验结果。(a)拓扑无线能量传输系统示意图;(b)实验测量的传输效率与频率和 w/v 的关系。白色虚线表示 $w/v=1$, 分隔了拓扑平庸和非平庸相。品红色虚线表示中心频率 $f_0=12.78$ MHz;(c)在固定频率 $f_0=12.78$ MHz 处测量的效率与 w/v 的关系;(d), (e) 该系统在宇称-时间相/宇称-时间对称破缺相处的实验测试场分布。	37
3.11	实验测量装置。	38
3.12	本征损耗。(a) 本征损耗 $\Gamma_0=0.06$ MHz 时, 固定频率 $f_0=12.78$ MHz 下效率与耦合系数的关系;(b) 固定频率 $f_0=12.78$ MHz 时, 实验测量的效率与耦合系数之间关系。	38
3.13	引入无序下无线能量传输系统的实验结果。(a) - (d) 拓扑无线能量传输系统和传统的多米诺骨牌形无线能量传输系统在无序强度为 $d=1.5$ cm/2.5 cm 相同情况下测量的传输效率。微扰结构如上方示意图所示。绿色虚线代表拓扑无线能量传输系统的工作频率 $f=12.78$ MHz 和传统多米诺形无线能量传输系统的工作频率 $f=12.17$ MHz。	39
3.14	灯泡亮度与移位的关系。	41
3.15	实验装置。(a) LED 灯泡供电的实验装置;(b) LED 电路板照片;(c) LED 电路板示意图, 由四个二极管 (D)、两个电容 (C) 和一个 1W 的白色 LED 组成。	41
4.1	长厚度的基底集成谷光子晶体。(a) 实验样品图;(b) 旋转角度为 15° 时单元的侧视图和俯视图。顶视图展示了移除顶部印刷电路板的样品。在顶视图中, 红色虚线三角形表示旋转角度为 0° 的三角散射体。黑色和蓝色虚线之间的角度表示旋转角度 θ 。黄色区域代表理想电导体, 灰色区域代表介质基板。	44
4.2	基底集成谷光子晶体仿真结果。(a) 光子带隙与间隙 g_0 的关系;(b) K 点处本征态的三维仿真场分布;(c) 旋转角度为 0° (黑色曲线) 和 30° (彩色曲	

线) 时谷光子晶体的能带; (d) 能带边界以及 K 谷的有效狄拉克质量项与旋转角度 θ 的关系; (e) K 点 (φ_+ 和 φ_-) 和 K' 点 (φ'_+ 和 φ'_-) 处能带边界位置本征态的场分布。黑色箭头表示每个态下坡印廷矢量分布。 46

4.3 数值计算谷光子晶体的贝利曲率。(a), (b) K 和 K' 点周围的第一条能带的贝利曲率; (c), (d) K 和 K' 点周围的第二条能带的贝利曲率。 47

4.4 在 z 字形和扶手椅形界面拓扑谷扭结态。(a), (b) 由旋转角度相反的谷光子晶体形成的 z 字形界面。彩色剖面图代表了 K' 点处谷扭结态的电场分布; (c) z 字形界面的能带结构。灰色区域、虚线和实线分别代表体态、界面处谷扭结态的色散分布。红色和蓝色曲线分别表示向前和向后传播的谷扭结态; (d) 由旋转角度相反的谷光子晶体形成的扶手椅形界面。彩色剖面图表示在 K (上方) 和 K' (下方) 谷处拓扑扭结态的电场分布; (e) 扶手椅形界面的能带结构。灰色区域表示体态, 红色(蓝色)曲线代表正(负)群速度的谷扭结态 48

4.5 两种复杂边界仿真结果。(a), (b) 复杂 z 字形界面的示意图和能带结构; (c), (d) 复杂的扶手椅形界面的示意图和能带结构。灰色区域表示体态, 红色/蓝色曲线代表两种不同的拓扑谷扭结态。 51

4.6 谷扭结态与空气波导的外耦合。(a) - (d) 在 z 字形终端处, 谷光子晶体中谷扭结态耦合到空气波导的情况。红色虚线代表终端。白色箭头表示外耦合波束的方向; (e) - (h) 动量空间分析外耦合。绿圆代表空气波导的色散。蓝色六边形代表谷光子晶体布里渊区。红线表示终端。黑色箭头表示外耦合波束的方向; (i) - (l) 在扶手椅形终端, 谷光子晶体中谷扭结态耦合到空气波导的情况; (m) 仿真示意图, 激励源被放置在红星位置处, 探针被放置在平红色点处; (n) 记录的信号与时间的关系; (o), (p) 仿真计算上述所有情况的反射率。 52

4.7 拓扑谷扭结态的传输损耗。(a), (d) z 字形和扶手椅形边界的仿真示意图。红星代表激发源, 在探针 A(绿点) 和 B(蓝点) 处监测平面外的电场; (b), (c) 在 A 点和 B 点探测的 z 字形和扶手椅形界面的信号与时间的关系; (c),

(f) z 字形和扶手椅形界面的传输损耗。	53
4.8 弯曲拐角结构中谷扭结态鲁棒性传输的实验证明。(a) - (f) 具有弯曲拐角的拓扑边界示意图及仿真电场强度分布。拓扑边界的弯曲角度分别为 120°、60°和 90°，包括 z 字形、扶手椅形以及 z 字形和扶手椅形组合的边界。红色曲线代表边界。橙色/绿色三角形代表具有正/负旋转角的散射体；(g), (h) 实验测量弯曲界面、直界面（红色曲线）和体态（绿色曲线）的传输系数。黄色区域表示带隙。	55
4.9 弯曲拐角结构边界输出端电场 E_z 场强分布的实验结果。	56
4.10 无序结构中谷扭结态鲁棒性传输的实验证明。(a), (b), (d), (e) 引入无序后 z 字形和扶手椅形拓扑边界示意图及仿真电场强度分布。红色曲线代表边界。橙色/绿色三角形代表具有正/负旋转角度的散射体；(c), (f) 实验测量的引入无序结构、直通界面（红色曲线）和体态（绿色曲线）的传输效率。黄色区域代表带隙。	57
4.11 无序结构中边界输出端的电场 E_z 场分布实验结果。	57
4.12 拓扑谷扭结态对不同种类无序的鲁棒性。(a) - (f) 具有不同种类无序界面的示意图及相应的仿真 E_z 场分布。橙色/绿色三角形代表具有正/负旋转角度的散射体。绿线代表能流。	58
4.13 几何依赖拓扑通道交叉器的实验结果。(a) - (c) 拓扑通道交叉器示意图。橙色/绿色三角形代表具有正/负旋转角度的散射体。红色和蓝色箭头代表在 \mathbf{K} 和 \mathbf{K}' 谷扭结态的传输方向；(d) - (i) 在端口 1 和端口 2 分别放置点源时仿真的 E_z 场强分布。绿线代表能流；(j) - (l) 源放置在端口 1 和端口 2 时，测量的归一化传输系数。实线代表谷扭结态的传输系数，虚线表示体态的传输系数。黄色区域表示带隙。	59
4.14 仿真及实验样品。(a) 仿真样品示意图；(b) 仿真电场分布结果；(c) 实验样品照片。顶部的印刷电路板被移除。	60
5.1 表面波高阶光学拓扑绝缘体模型。	63

- 5.2 基于表面波光子晶体的二阶光学拓扑绝缘体及其拓扑相变。(a) $\theta=0^\circ$ (黑色曲线) 和 $\theta=45^\circ$ (红色和绿色曲线) 单元结构光子晶体的光子能带。蓝色虚线代表空气中的光线。插图表示布里渊区; (b) 拓扑相位和 M 点处光子能带边界随旋转角度 θ 的变化。绿色和红色曲线分别代表 M 点的双简并 p (偶极子) 和 d (四极子) 模式; (c), (d) 当 $\theta=25^\circ$ (标记为 p_1 和 d_1) 和 45° (标记为 d_2 和 p_2) 时, M 点处四个本征态的磁场分布; (e) 当 $\theta=0^\circ$ 时, M 点处第一个模式的磁场分布。65 能带折叠机制。(a) 非原始单元 (II) 和原始单元 (I) 的示意图; (b) 非原始单元和原始单元对应的第一布里渊区; (c) 能带折叠过程。 66
- 5.4 表面波光子晶体的边界态及其拓扑相变。(a) 正常绝缘体相 ($\theta_1=-25^\circ$) 和拓扑绝缘体相 ($\theta_2=25^\circ$) 光子晶体之间 x 和 y 界面处边界态。曲线和蓝色区域分别表示边界态和体态的色散。蓝色 (红色) 曲线表示赝自旋向上 \uparrow 和 (赝自旋向下 \downarrow) 边界态。上方插图表示边界结构的示意图。下方图片表示色散中彩色三角形/圆形标记处边界态的磁场分布; (b) 在正常绝缘体相 ($\theta_1=-25^\circ$) 和拓扑绝缘体相 ($\theta_2=50^\circ$) 光子晶体之间 x 和 y 界面处边界态。上方插图表示边界结构的示意图。下方插图代表 $k=\pi/a$ 时边界态的磁场分布; (c), (d) 当 θ_1 固定为 -25° 时, 沿 x 和 y 界面边界态的拓扑相变和狄拉克质量随旋转角 θ_2 的变化。蓝色 (红色) 曲线对应于 $k=\pi/a$ 时偶 (奇) 边界态。蓝 (绿) 点代表 $\theta_2=25^\circ$ (50°) 的情况。 67
- 5.5 数值计算本征频率和本征模式。(a) 数值计算的本征频率; (b) 四个本征模式的磁场分布。虚线代表拓扑绝缘体相和正常绝缘体相光子晶体之间的界面。 69
- 5.6 正常绝缘体相和拓扑绝缘体相光子晶体的能带。(a) 正常绝缘体相光子晶体的能带 ($\theta=-45^\circ$); (b) 拓扑绝缘体相光子晶体的能带 ($\theta=45^\circ$)。其中, 高对称点处的本征值决定了拓扑不变量。 70
- 5.7 表面波光子晶体中无间隙拓扑边界态的实验结果。(a) 实验样品照片 (仅显示了结构的左上方四分之一)。红星表示点源的位置。绿色和蓝色点表示探针

- 的位置；(b) 两个边界态（蓝色和绿色区域分别为 x 界面和 y 界面）和体态测量的归一化磁场强度 $|H_z|^2$ ；(c), (d) 激励频率为 13.24 GHz 时，样品的测量和仿真磁场分布 $|H_z|^2$ 。白色虚线标记拓扑绝缘体相和正常绝缘体相光子晶体之间的界面。 72
- 5.8 表面波光子晶体中无间隙拓扑边界态磁场实验测量结果。(a) - (d) 激励频率为 12.6 GHz 和 13.85 GHz 时，样品的实验和仿真磁场分布 $|H_z|^2$ 。 73
- 5.9 表面波光子晶体中拓扑角态的实验结果。(a) 实验样品照片（只显示了结构左上角的四分之一）。红星代表点源的位置。绿色和蓝色点表示探针的位置；(b) 两个边界态（蓝色和绿色区域分别为 x 边界和 y 边界）和体态测量的归一化磁场强度 $|H_z|^2$ ；(c), (d) 激励频率为 12.71 GHz 时，样品的测量和仿真磁场分布 $|H_z|^2$ 。白色虚线标记拓扑绝缘体相和正常绝缘体相光子晶体之间的界面。 74
- 5.10 表面波光子晶体中拓扑角态磁场的实验测量结果。(a)-(h) 激励频率为 12.33 GHz、12.59 GHz、12.94 GHz 和 13.85 GHz 时，样品的实验和仿真磁场分布 $|H_z|^2$ 。 75
- 5.11 表面波光子晶体中拓扑角态磁场的实验测量结果。(a), (b) 激励频率为 12.71 GHz 时，样品的实验和仿真磁场分布 H_z 。 76
- 5.12 表面光子晶体实验测量装置。 76
- 5.13 引入微扰后角态的场分布及传输曲线。(a) - (e) 左侧图展示了受到微扰后 8×8 单元组成的光子晶体的示意图。红色和蓝色图案代表引入微扰的结构。中间图案展示角态的场分布。右边的图案展示角态及边界态的传输系数，其中峰值表示角态。 78
- 5.14 全介质高阶光学拓扑绝缘体的设计方案。(a) 全介质高阶光学拓扑绝缘体的示意图，插图代表单元结构。灰色区域代表介质材料，蓝色区域代表真空；(b) 旋转角度 $\theta = 45^\circ$ 时光子晶体的光学能带；(c) 由旋转角度 $\theta_1 = 48^\circ$ 和 $\theta_2 = 52^\circ$ 光子晶体组成的 x 和 y 界面处边界态色散分布；(d) 数值计算盒形结构的本征频率。插图表示本征模式（红点）的磁场强度分布。白色虚线代表不

同种类光子晶体间的界面。	79
6.1 基于不同拓扑缠绕非厄米趋肤效应的对比。(a)在传统的非厄米趋肤效应中，所有的体态都聚集在一个边界处(左图)。这对应于复平面内复能谱的单环拓扑缠绕(右图)。缠绕方向由缠绕数(图中为 $\nu=+1$)表征，决定了体态应向左或右边界(图中为左边界)聚集；(b)扭曲拓扑缠绕由两个方向相反的环路连接组成(右图)。相应的非厄米趋肤效应表现出双极型局域，其中体态向两侧聚集(左图)。连接点(右图中红星)对应于布洛赫波扩展态(左图中红线)。在左图中，底部的圆点表示晶格；箭头表示特征态聚集的方向。	82
6.2 耦合谐振腔系统设计。(a) 实验样品照片；(b) 放大器照片。	83
6.3 耦合声学谐振腔的紧束缚模型。(a)单个声学谐振腔的本征频率和本征模式；(b)两个互相耦合的声学谐振腔的本征频率和本征模式；(c)一维声学耦合谐振腔链的能带和本征模式。	84
6.4 非互易耦合系数理论分析。(a) 实验样品的简化紧束缚模型；(b) 谐振腔中偶极子模式的仿真声压场。	85
6.5 基于单拓扑缠绕数的非厄米趋肤效应理论分析。(a) 声学系统照片；(b) 紧束缚模型；(c) 周期性边界条件时计算的特征频谱的实部和虚部；(d) 周期性边界条件时复平面中系统特征频率。虚线表示开放边界条件时计算的特征频率。	86
6.6 基于扭曲拓扑缠绕数的非厄米趋肤效应。(a) 实验样品照片；(b) 紧束缚模型；(c) 周期性边界条件下计算的特征频谱的实部和虚部；(d) 周期性边界条件下复平面中系统特征频率。虚线表示开放边界条件下系统中特征频率；(e) 当源放在第 10 个单元， $\omega=1666$ 、1699 和 1727 Hz 时计算的场分布。测量的结果以第 10 个单元的振幅归一化。	88
6.7 非厄米非互易耦合系数实验结果。(a)，(b) 放大器未工作/工作情况下实验测量(圆圈)及数值拟合(实线)的传输谱。蓝色虚线代表传输系数为 1。	90

- 6.8 声脉冲信号时域传输的实验结果。测量结果以第 1 个单元的最大振幅归一化。 91
- 6.9 声脉冲信号时域传输的实验结果。(a), (b) 从第 1 (20) 单元分别激发时域脉冲的测量结果。上方示意图展示了该实验中源 (六边形) 和探针 (星形) 的位置。测量结果以源位置的最大振幅归一化。 92
- 6.10 时域脉冲信号幅值的衰减及衰减率。(a), (b) 对第 1 和 20 个单元内的时域信号分别进行傅里叶变换得到的频谱; 测量结果以第 1 个单元处的最大幅值归一化; (c) 实验测量的振幅衰减与频率的关系; (d) 实验测量的振幅衰减率与频率的关系。蓝色区域涵盖高斯脉冲的三个标准差, 覆盖了 1680 至 1720 Hz 的频率范围。 92
- 6.11 非厄米趋肤效应的频域实验结果。(a) - (c) 频率 $\omega = 1684$ 、1704 和 1724 Hz 时, 实验测量的场分布, 源分别放置于第 6、8 和 10 个单元。实验结果以源位置 (用小箭头表示) 的振幅归一化; (d) 频率 $\omega = 1713$ Hz 时, 仅存在互易耦合的声学系统中实验测量的场分布。 93
- 6.12 声脉冲信号时域传输的实验结果。(a), (c) 从第 1 (20) 单元分别激发时域脉冲的实验测量结果; (b), (d) 对时域信号进行傅里叶变换得到的频谱。上方示意图展示了该系统中源 (六边形) 和探针 (星形) 的位置。测量结果以源位置的振幅归一化。 94
- 6.13 非厄米趋肤效应的频域实验结果。(a) - (h) 不同频率下的场强分布。实验结果以源位置 (小箭头表示) 的振幅归一化。 95
- 6.14 非厄米趋肤效应的频域实验结果。(a) - (c) 频率 $\omega = 1660$ 、1690 和 1727 Hz 时, 系统实验测量的场分布, 源被分别放置于第 6、8 和 10 个单元。实验结果以源位置 (小箭头表示) 的振幅归一化。 96
- 6.15 基于更复杂拓扑缠绕的理论模型。(a), (c) 非厄米模型的示意图; (b), (d) 数值计算的复平面。 97
- 6.16 非厄米趋肤效应的鲁棒性。(a) 第一空间矩的平均标准偏差与微扰强度 d_k 的关系; (b) - (d) 微扰强度为 0、2 和 4 Hz 时, 数值计算本征态的场分布。

.....	98
6.17 非厄米趋肤效应的鲁棒性。(a) 第一空间矩的平均标准偏差与微扰强度 d_φ 的关系; (b) - (d) 微扰强度为 0π 、 0.05π 和 0.1π 时, 数值计算本征态的场分布	99
6.18 布洛赫波扩展态的鲁棒性。(a) - (d) 微扰强度为 σ_κ 为 0、2、3 和 4 Hz 时, 数值计算所有特征态能量与特征频率和单元数之间的关系。特征态被归一化。	100
6.19 布洛赫波扩展态的鲁棒性。(a) - (d) 微扰强度 σ_φ 为 0π 、 0.1π 、 0.2π 和 0.3π 时, 数值计算所有特征态能量与特征频率和单元数之间的关系。特征态被归一化。	100

中英文对照表

英文	中文
Photonic topological insulators	光学拓扑绝缘体
Topology	拓扑
Quantum Hall	量子霍尔效应
Quantum spin Hall	量子自旋霍尔效应
Quantum valley Hall	量子谷霍尔效应
Weyl point	外尔点
Three dimensional Dirac point	三维狄拉克点
Nodal line	简并节线
Non-Hermitian	非厄米
Parity-time symmetry	宇称-时间对称
Exceptional point	奇异点
Non-Hermitian skin effect	非厄米趋肤效应
Winding number	缠绕数
Berry connection	贝利联络
Berry curvature	贝利曲率
Chern number	陈数
Valley kink states	谷扭结态
Wannier	瓦尼尔
Wilson loop	嵌套威尔逊环
Vector network analyzer	矢量网络分析仪
Light-emitting diode	发光二极管

目次

致 谢	I
摘 要	II
ABSTRACT	IV
插 图	VII
中英文对照表	XVIII
目 次	1
1 绪论	1
1.1 本文的研究背景	1
1.2 本研究论文的目的、意义及内容	3
2 拓扑电磁学基本理论	7
2.1 一维光学拓扑绝缘体	7
2.2 二维光学拓扑绝缘体	9
2.3 三维光子晶体拓扑现象	14
2.4 高阶光学拓扑绝缘体	18
2.5 非厄米拓扑电磁学	22
2.6 本章小结	25
3 拓扑无线能量传输系统	26
3.1 研究意义	26
3.2 无线能量传输系统单元结构设计	28
3.3 无线能量传输系统理论分析	28
3.4 无线能量传输系统实验结果	35
3.5 本章小结	42
4 基底集成谷霍尔光学拓扑绝缘体	43

4.1 研究意义.....	43
4.2 基底集成谷霍尔光学拓扑绝缘体结构设计.....	44
4.3 基底集成谷霍尔光学拓扑绝缘体理论分析.....	45
4.4 基底集成谷霍尔光学拓扑绝缘体实验结果.....	54
4.5 本章小结.....	60
5 二维表面波高阶光学拓扑态	62
5.1 高阶光学拓扑绝缘体研究意义.....	62
5.2 表面波高阶光学拓扑绝缘体结构设计.....	63
5.3 表面波高阶光学拓扑绝缘体理论分析.....	64
5.4 表面波高阶光学拓扑绝缘体实验结果.....	71
5.5 表面波高阶光学拓扑绝缘体研究拓展.....	77
5.5 本章小结.....	80
6 基于扭曲拓扑缠绕的非厄米趋肤效应	81
6.1 非厄米趋肤效应研究意义.....	81
6.2 非厄米系统结构设计.....	83
6.3 非厄米趋肤效应理论分析.....	83
6.4 非厄米趋肤效应实验结果.....	89
6.5 非厄米趋肤效应研究拓展.....	96
6.6 本章小结.....	101
7 总结与展望	102
参考文献	105
攻读博士学位期间的研究成果	123

1 绪论

1.1 本文的研究背景

电磁波无处不在，并与人们的生产生活息息相关。眼睛通过电磁波（光）看清世界；医院利用电磁波（如 X 射线）检查身体器官；手机通过电磁波（即无线电）与基站、卫星等交换信号，从而实现互联互通。人们通过电磁器件来调控电磁波的特性，包括相位、波矢、偏振、频率等。电磁器件广泛应用于电子信息、航空航天、量子计算等诸多领域。然而，随着人工智能、大数据、物联网等科技的迅猛发展，对电磁器件性能的要求激增，已有电磁器件的性能难以满足上述应用需求。例如，在传统电磁器件中，电磁波遇到拐弯、无序、杂质等障碍时会发生不可避免的有害散射损耗，从而导致传输效率急剧下降。为了解决上述问题，科研人员提出许多新思路，例如合理设计结构的几何形状和材料特性以抑制电磁波边界散射^[1-3]；利用非均匀各向异性阻抗表面传导表面波以减少电磁波边界散射^[4]以及根据散射相消原理利用编码超表面抑制电磁波边界散射^[5]等。然而上述方法存在带宽窄、体积大以及难以制造等缺陷。

光学拓扑绝缘体（Photonic topological insulators）的提出从本质上解决了该问题。光学拓扑绝缘体的内部不可传导电磁波，但其表面可传输对上述障碍“免疫”的表面波。由此，利用光学拓扑绝缘体所设计的电磁器件将具有对无序、拐弯、杂质等障碍“免疫”的性能，从而具有极高的传输效率。

“拓扑”（Topology）起源于数学，主要描述连续形变下的全局不变性。拓扑学将现实中的物体抽象为与其大小和形状等特性无关的量。例如，足球通过连续变换可变成同样没有任何孔的勺子，却无法变为带有孔的咖啡杯。在拓扑学中，足球和勺子具有相同的拓扑结构，而咖啡杯具有另一种拓扑结构。迄今为止，拓扑学被广泛应用于化学、生物学、计算机等领域。

上世纪 80 年代, 拓扑学开始与物理领域相结合。拓扑绝缘体的研究首先在凝聚态物理领域中开展, 它的出现打破了基于朗道的对称自发破缺理论。1980 年, Klitzing 等人实验观察到了量子霍尔效应^[6]。1982 年, Thouless 等人提出了 TKNN 公式描述量子霍尔态的拓扑特性^[7]。1988 年, Haldane 基于石墨烯晶格提出了著名的 Haldane 模型^[8], 描述了系统在没有外加磁场的情况下产生的量子反常霍尔效应。2005 年, Kane 和 Mele 通过在单层石墨烯系统中引入自旋轨道耦合作用, 理论预测了量子自旋霍尔效应的存在^[9], 该系统并不需要破坏时间反演对称性。2006 年, 张首晟教授团队提出在 HgTe/CdTe 量子阱体系中亦可实现上述现象^[10]。张教授将拓扑绝缘体比喻为高速公路, 生动地形容在拓扑绝缘体中, 电子就像在一条条单向车道上运动, 互不干扰。

2008 年, Haldane 教授等人将拓扑绝缘体概念拓展到电磁学领域。他们理论提出了光学拓扑绝缘体的概念, 在外加磁场的旋电介质构成的光子晶体中可存在受拓扑保护的边界态^[11]。2009 年, Soljačić 团队通过引入磁场破坏旋磁光子晶体系统中时间反演对称性, 首次实验证实了光学拓扑绝缘体中存在受拓扑保护的边界态^[12]。该边界态对拐角等缺陷“免疫”, 表现为鲁棒传输特性。由此, 光学拓扑绝缘体的实验研究拉开了序幕。

在随后十年中, 光学拓扑绝缘体的实验研究主要局限于一维及二维系统。一维光学拓扑绝缘体主要研究 Su-Schrieffer-Heeger (SSH) 模型^[13]、Hatano-Nelson (HN) 模型^[14]及 Aubry-Andro-Harper (AAH) 模型^[15]等。二维光学拓扑绝缘体主要研究其中的多种物理效应, 包括量子霍尔效应 (Quantum Hall)^[11,12,16]、量子自旋霍尔效应 (Quantum spin Hall)^[17-23]及量子谷霍尔效应 (Quantum valley Hall)^[24-28]等。

三维拓扑光子晶体按照其能带特性可分为三维光学拓扑半金属和三维光学拓扑绝缘体。三维光学拓扑半金属具有无能隙拓扑相, 主要包括外尔点 (Weyl point)^[29-31]、三维狄拉克点 (Three dimensional Dirac point)^[32-34]及简并节线 (Nodal line)^[35,36]等。2013 年, 陆凌等人率先提出利用双螺旋光子晶体设计具有外尔点的光学拓扑半金属^[29]。与之相反, 三维光学拓扑绝缘体具有三维光学拓扑带隙。2018 年,

Khanikaev 团队率先理论提出了基于双各向异性介质的三维光学拓扑绝缘体设计方法^[37]。随后，2019 年，陈红胜教授团队利用双各向异性的开口谐振环结构，首次实验证实了具有极宽带隙的三维光学拓扑绝缘体^[34]。

2017 年，Hughes 教授团队提出了高阶拓扑绝缘体概念^[38]。与传统拓扑绝缘体不同， n 阶拓扑绝缘体具有 $(n-2)$ 及更低维度的拓扑态。例如，高阶二维光学拓扑绝缘体支持零维拓扑角态；二阶三维光学拓扑绝缘体支持一维拓扑棱态；三阶三维光学拓扑绝缘体支持零维拓扑角态。近几年来，高阶光学拓扑绝缘体的理论与实验研究是拓扑光子学的研究热点。

近些年来，拓扑电磁学与非厄米 (Non-Hermitian) 物理相结合，催生了非厄米拓扑电磁学领域。非厄米系统与外界环境相互作用，从而表现出增益或损耗特性。在非厄米系统中，由宇称-时间对称 (Parity-time symmetry) 相过渡到宇称-时间对称破缺相的交界处存在奇异点 (Exceptional point)。此时，系统中本征值和本征模式均发生简并^[39-43]。此外，与一维厄米拓扑结构中只存在有限个数边界态不同，在一维非厄米拓扑结构中，所有本征模式都聚集在边界，该现象被称为非厄米趋肤效应 (Non-Hermitian skin effect)^[44-56]。2020 年，Szameit 教授团队将非互易耦合与一维 SSH 模型结合，实验证实了非厄米趋肤效应的存在。

迄今为止，诸多理论和实验研究证实光学拓扑绝缘体具有多种与众不同的特性，由此拓扑电磁学的发展为电磁器件提供了许多具有潜力的应用前景。例如，利用拓扑边界态的鲁棒性，实现无反射的高传输率拓扑波导^[34,57,58]、拓扑激光器^[59]、太赫兹片上通信^[60]等；利用拓扑边界态在腔体中存在传输时间延迟，实现拓扑延迟线^[19]；利用边界态的自旋/谷态锁定特性，实现拓扑分波器^[61-63]；利用边界态的近场耦合，实现拓扑无线能量传输^[64]；利用奇异点的非对称传输特性，实现非互易传输器件^[65-67]；利用奇异点的敏感性，实现高灵敏度传感器^[68-70]等。

1.2 本研究论文的目的、意义及内容

在过去十年中，光学拓扑绝缘体的理论及实验研究得到了迅猛发展，并且初

步展现了其光明的应用前景。本文围绕解决光学拓扑绝缘体领域的一些关键科学问题开展研究，具体包括如下关键科学问题：如何利用光学拓扑绝缘体改善无线能量传输特性、如何实现基板可集成的光学拓扑绝缘体器件、如何实现小体积可集成的高阶光学拓扑绝缘体、如何实现具有复杂拓扑缠绕的非厄米系统。

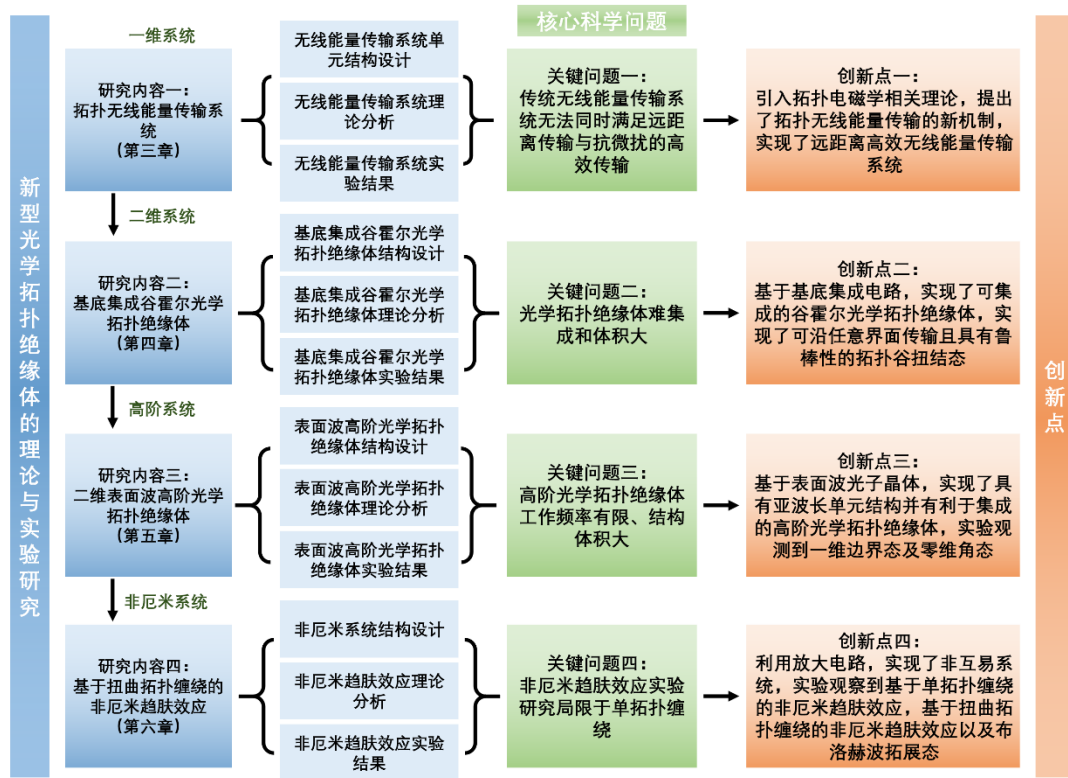


图 1.1 本论文主要研究内容、拟解决的关键科学问题及创新点。

针对上述问题，本文开展了系统的理论与实验研究。具体地，本文提出了基于一维电磁拓扑绝缘体的无线能量传输系统的新机制，解决了传统无线能量传输系统中无法同时满足远距离传输与抗微扰的高效传输的科学问题；提出了基底集成谷霍尔光学拓扑绝缘体的设计方法，解决了已有光学拓扑绝缘体难集成和体积大等科学问题；提出基于表面波光子晶体的高阶光学拓扑绝缘体，解决了已有高阶拓扑绝缘体工作频率窄及体积大等问题；提出基于放大电路的可调控非厄米非互易系统，实验证实了基于扭曲拓扑缠绕的非厄米趋肤效应及布洛赫波拓展态的存在，突破了非厄米趋肤效应实验研究局限于单拓扑缠绕数的现状。本文抓住光

学拓扑绝缘体处于快速发展阶段的时机，开展了基于光学拓扑绝缘体物理机理与应用前景的探索性研究。本文的研究工作提出了新型光学拓扑绝缘体的设计方法和实现方案，发展了光学拓扑绝缘体的实验表征方法，设计制备了新型光学拓扑绝缘体电磁器件，推进了光学拓扑绝缘体领域的基础理论、器件应用及学科交叉等方面的发展。

本文的内容具体安排如下：

第一章，绪论。介绍了光学拓扑绝缘体的发展历史、应用前景、局限性等，最后概述了本文的研究目的、意义及主要内容。

第二章，拓扑电磁学基本理论。介绍了一维、二维、三维、高阶光学拓扑绝缘体及非厄米拓扑电磁学的理论基础、研究现状及应用前景等。

第三章，拓扑无线能量传输系统。提出并实验实现了基于一维电磁拓扑绝缘体的无线能量传输系统：首先，设计了磁耦合线圈谐振腔单元结构；其次，理论证明了双谐振腔无线能量传输系统及拓扑无线能量传输系统的传输特性；最后，实验验证了拓扑无线能量传输系统具有抗微扰性的高传输效率。

第四章，基底集成谷霍尔光学拓扑绝缘体。提出并实验实现了基于基底集成电路的谷霍尔光学拓扑绝缘体：首先，设计了基底集成谷霍尔效应光学拓扑绝缘体单元结构；其次，理论分析了该系统中能带及拓扑谷扭结态的特性；再次，仿真及实验验证了受拓扑保护的谷扭结态对弯曲拐角、无序等障碍“免疫”，具有鲁棒性；最后，提出并实验实现了基于谷态锁定特性的拓扑通道交叉器。

第五章，二维表面波高阶光学拓扑绝缘体。提出并实验实现了基于表面波光子晶体的高阶光学拓扑绝缘体：首先，设计了具有亚波长结构及极宽拓扑带隙的表面波光子晶体单元；其次，理论分析了表面波高阶光学拓扑绝缘体中能带、边界态和角态的特性；再次，实验验证了该系统中边界态及角态的存在；最后，阐述了拓扑角态的鲁棒性及该设计原理的普适性。

第六章，基于扭曲拓扑缠绕的非厄米趋肤效应。提出并实验实现了基于放大电路的非厄米非互易系统：首先，阐述了非厄米非互易耦合系数的设计方法；其次，理论分析了该系统实现具有不同拓扑缠绕的非厄米趋肤效应的可行性；再次，

实验验证了基于单拓扑缠绕及扭曲拓扑缠绕的非厄米趋肤效应；最后，理论阐述了该系统的可拓展性及鲁棒性。

第七章，对全文研究的内容进行总结并对今后有关光学拓扑绝缘体的研究方向提出意见与建议。

本论文的研究内容得到了国家自然科学基金和浙江大学争创优秀博士毕业论文的资助。本论文的相关工作已在 *Nature Communications*、*Advanced Science*、*Science Bulletin* 和 *Laser & Photonics Reviews* 等期刊上发表。

2 拓扑电磁学基本理论

在过去 15 年中, 拓扑电磁学的理论和实验研究得到了飞速发展。光学拓扑绝缘体是拓扑电磁学的重要研究对象。按照空间维度分类, 光学拓扑绝缘体可分为一维光学拓扑绝缘体、二维光学拓扑绝缘体和三维光学拓扑绝缘体。本章将针对上述三种光学拓扑绝缘体的基本理论、发展现状及应用前景等做详细介绍。本章最后两节将介绍近几年发展的高阶光学拓扑绝缘体及非厄米拓扑电磁学的基本理论。

2.1 一维光学拓扑绝缘体

Su-Schrieffer-Heeger (SSH) 模型是一维光学拓扑绝缘体的最重要的模型之一^[13]。如图 2.1 (a) 所示, SSH 模型由一维周期性排列的单元链组成。每个单元内包含两个格点, 分别位于晶格 A 和 B。该模型具有单元内(间)耦合系数 v (w)。SSH 模型的实空间哈密顿量可表示为:

$$H_{SSH} = \sum_n (v b_n^\dagger a_n + w a_{n+1}^\dagger b_n + \text{h.c.}). \quad (2.1)$$

其中, a_n^\dagger (b_n) 为产生(湮灭)算符。通过傅里叶变换可得动量空间中哈密顿量:

$$H(k) = \begin{pmatrix} 0 & v + w e^{-ik} \\ v + w e^{ik} & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

其中, k 为波矢。根据 $H(k)^2 = E(k)^2 \mathbf{I}$, 可从式 (2.2) 算得该模型色散关系:

$$E(k) = \pm |v + e^{-ik} w| = \pm \sqrt{v^2 + w^2 + 2vw \cos k}. \quad (2.3)$$

对于不同强度耦合系数 v 和 w , 该模型的色散关系会呈现出多种形式, 如图 2.1 (b) 所示: 当耦合系数 v 或者 w 为 0 时, 该系统的两条能带表现为平带; 当耦合系数 $v \neq w \neq 0$ 时, 该色散关系中存在一个大小为 2Δ 的能隙, 此时

$\Delta = \min_k E(k) = |v - w|$; 当耦合系数 $v = w$ 时, 该 SSH 模型将不存在带隙。

上述 SSH 模型系统的拓扑性质可由缠绕数 (Winding number) W 表征^[71], 其表达式为:

$$W = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi/a} dk \frac{d\theta(k)}{dk}. \quad (2.4)$$

其中, $\theta(k)$ 为 $\det Q(k)$ 的相位, $Q(k) = v + we^{ik}$, $\det Q(k) = |\det Q(k)|e^{i\theta(k)}$ 。缠绕数描述了沿布里渊区改变波矢 k 时, 复平面上 $\det Q(k)$ 环绕原点的次数。根据体-边对应关系, 一维 SSH 模型终端处边界态的数量与缠绕数 W 的绝对值一致^[72,73]。上述 SSH 模型的缠绕数 W 可为 1 或 0, 取决于系统中耦合系数 v 和 w 的关系。当单元内耦合弱于单元间耦合, 即 $v < w$ 时, SSH 模型具有缠绕数 $W = 1$, 此时系统具有非平庸拓扑相, 且存在拓扑边界态。当 $v > w$ 时, SSH 模型具有缠绕数 $W = 0$, 此时系统具有平庸拓扑相, 且不存在边界态^[73]。

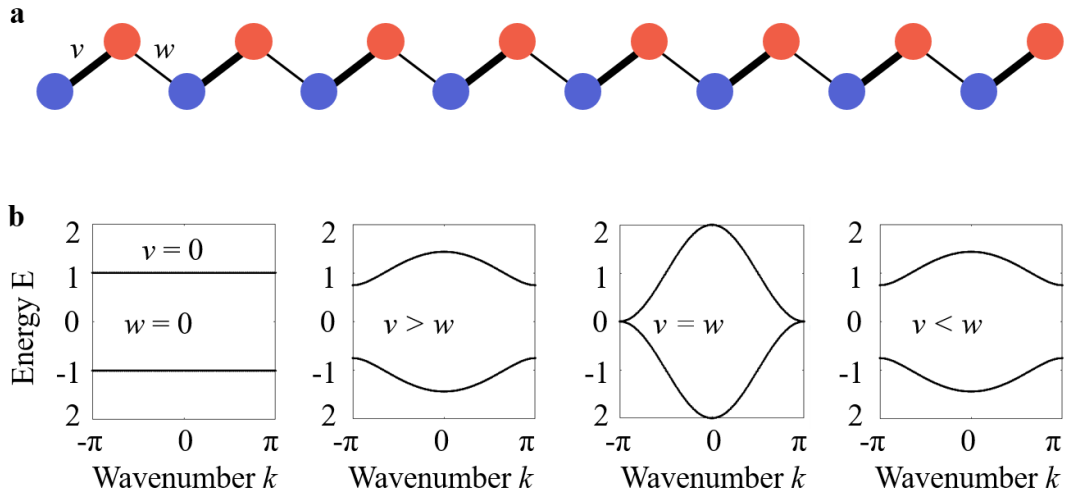


图 2.1 一维光学拓扑绝缘体 SSH 模型。(a) 一维 SSH 模型示意图; (b) 不同参数下一维 SSH 模型的色散关系。

2009 年, Malkova 等人首次在光子超晶格中实验实现了一维 SSH 模型及其拓扑边界态^[74]。随后, 基于 SSH 模型或其它模型的一维光学拓扑绝缘体在光子晶体^[75,76]、电磁超材料^[77,78]、等离子纳米粒^[79]、介质纳米粒^[80-83]、偏振微柱^[84]等系

统中实现。此外，人们也在量子系统中深入研究了一维光学拓扑绝缘体。例如，Kitagawa 等人在 2012 年首次通过一系列偏振旋转的单光子系统实验实现了拓扑非平庸的离散量子行走^[85]。Cardano 等人探究了轨道角动量空间中量子行走的拓扑不变性及拓扑相变^[86-88]。Barkhofen 等人提出了利用基于时间复用技术的纤维环结构，测量一维量子行走的拓扑不变性并研究了其鲁棒性^[89]。

此外，通过引入损耗可探究一维光学拓扑绝缘体与辐射损耗之间的相互作用，可用于研究宇称-时间对称；在应用方面，利用一维光学拓扑绝缘体的鲁棒性拓扑边界态可设计实现拓扑激光器；利用一维拓扑绝缘体在离散时间量子系统中的特性可设计鲁棒性量子芯片等。

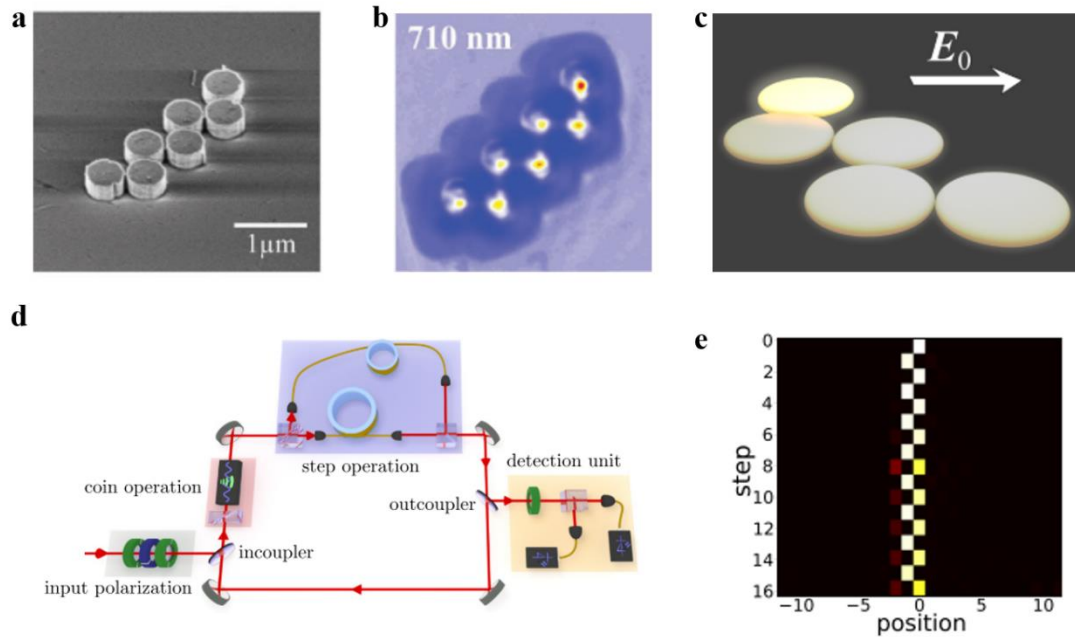


图 2.2 一维光学拓扑绝缘体。(a)，(b) 利用介质纳米柱实现一维 SSH 模型光学拓扑绝缘体的样品及其拓扑边界态^[80]；(c) 利用等离子体纳米柱实现一维 SSH 模型光学拓扑绝缘体的示意图^[79]；(d)，(e) 量子系统中一维光学拓扑绝缘体示意图及边界态的拓扑鲁棒性^[89]。

2.2 二维光学拓扑绝缘体

由于具有丰富物理特性，二维光学拓扑绝缘体是拓扑电磁学重点研究对象。

根据系统对称性，二维光学拓扑绝缘体表现出多种不同的物理效应，主要包括量子霍尔效应^[11,12,16]、量子自旋霍尔效应^[17-23]以及量子谷霍尔效应^[24-28]。本节将详细介绍二维光学拓扑绝缘体的基本特性、研究现状及应用前景。

2.2.1 量子霍尔光学拓扑绝缘体

量子霍尔光学拓扑绝缘体的理论由 Haldane 教授团队于 2008 年提出^[11]（图 2.3 (a)）并由 Soljačić 教授团队于 2009 年利用旋磁材料光子晶体实验验证^[12]（图 2.3 (b)）。在量子霍尔光学拓扑绝缘体中，通过打破系统的时间反演对称性，打开了拓扑带隙。该现象可由类石墨烯晶格描述。类石墨烯晶格结构的哈密顿量^[90]为：

$$H = t \sum_{\langle i,j \rangle} c_i^\dagger c_j + M \sum_i \varepsilon_i c_i^\dagger c_i. \quad (2.5)$$

其中, c^\dagger (c) 为产生 (湮灭) 算符, t 表示最近邻耦合强度, M 为格点上的能量失谐, $\sum_{\langle i,j \rangle}$ 累加了最近邻格点, 当 i 在不同格点上时, ε_i 为 ± 1 。

当系统时间反演对称性破缺时, 次近邻耦合系数变为虚数。此时, 该系统具有非平庸拓扑数, 同时存在拓扑能隙。其拓扑特性可由贝利联络 (Berry connection) $A_n = -i \langle u_n | \partial_k | u_n \rangle$ 和贝利曲率 (Berry curvature) $\Omega_n(k) = \nabla_k \times A_n(k)$ 描述^[91]; 其中, u_n 为第 n 条能带处布洛赫波函数的周期部分。量子霍尔光学拓扑绝缘体的拓扑不变量由陈数 (Chern number) 表示, 可通过贝利曲率在第一布里渊区上的积分得到^[92]:

$$C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{\text{BZ}} d^2k \Omega_n(k). \quad (2.6)$$

量子霍尔光学拓扑绝缘体的关键特性之一是它与拓扑平庸介质 (如理想电导体或真空) 的交界处可存在一个或多个单向传输的边界态。根据体-边对应关系, 边界态的数量等于体陈数^[93-95]。

2009 年, Soljačić 教授团队通过在旋磁光子晶体上施加均匀静磁场, 破坏了系统中的时间反演对称性, 首次实现了微波量子霍尔光学拓扑绝缘体, 同时证实

了边界态的单向传输及鲁棒性^[12]，如图 2.3 (b) 所示。2015 年，Soljačić 教授团队利用铁磁光子晶体设计的多模单向波导结构，证实了大陈数光学拓扑绝缘体的存在 ($|C|=2, 3, 4$)^[16]，如图 2.3 (c) 所示。此外，量子霍尔光学拓扑绝缘体也在磁等离子体^[96] (图 2.3 (d)) 等系统中实现。

量子霍尔光学拓扑绝缘体可用于设计新型电磁器件，例如无反射率弯曲波导^[57,58]、拓扑开关^[97]、方向滤波器^[98]、宽带环行器^[99,100]和慢光波导^[101]等。

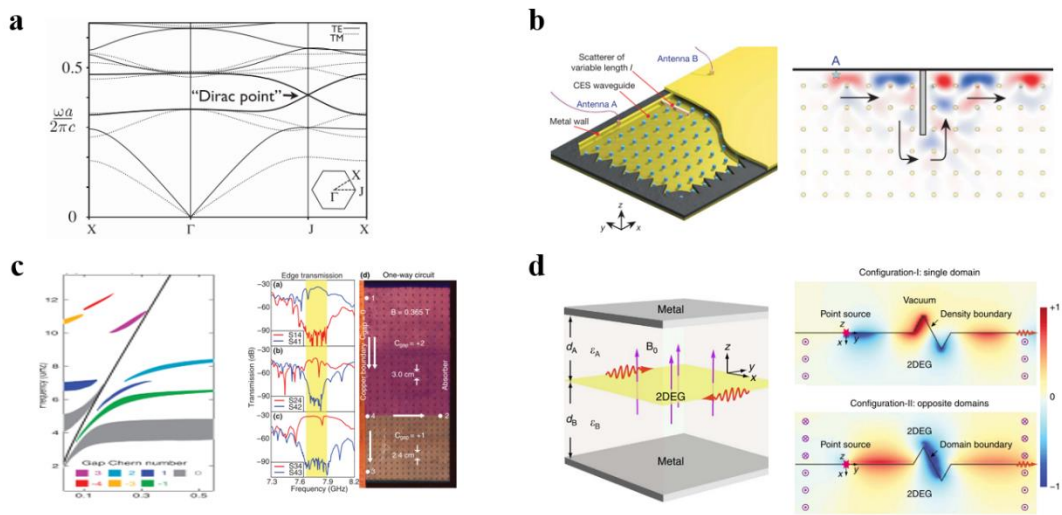


图 2.3 量子霍尔光学拓扑绝缘体。(a) 利用旋电光子晶体实现量子霍尔光学拓扑绝缘体的能带结构^[11]；(b) 利用旋磁光子晶体实现量子霍尔光学拓扑绝缘体的模型及场分布^[12]；(c) 大陈数量子霍尔光学拓扑绝缘体的能带及场分布^[16]；(d) 利用磁等离子体实现量子霍尔光学拓扑绝缘体的模型及场分布^[96]。

2.2.2 量子自旋霍尔光学拓扑绝缘体

由于引入及控制磁场的不便性，量子霍尔光学拓扑绝缘体的研究与应用受到了极大的限制。为解决上述科学问题，人们又提出了量子自旋霍尔光学拓扑绝缘体，其拓扑态受时间反演对称性保护^[17-23]。该现象可在类石墨烯晶格中引入自旋自由度，相应的，式 (2.5) 中加入自旋项 $H_{soc} = \Delta_{soc} \tau_z s_z \sigma_z$ 。此时，该系统可打开一个拓扑非平庸的带隙。在量子自旋霍尔绝缘体的带隙内存在具有不同自旋的无

间隙边界态，其群速度方向与自旋方向有关。自旋向上的模式可沿边界正向传播，而自旋向下的模式则沿边界反向传播。自旋动量锁定特性使拓扑保护的螺旋边界态能在不翻转自旋的情况下传播，同时不会产生后向散射。量子自旋霍尔光学拓扑绝缘体的拓扑不变量可用自旋陈数表示：

$$C^{\uparrow(\downarrow)} = \frac{1}{2\pi} \int_{\text{BZ}} d^2k \Omega^{\uparrow(\downarrow)}(k). \quad (2.7)$$

其中， \uparrow 和 \downarrow 分别表示自旋向上和自旋向下。

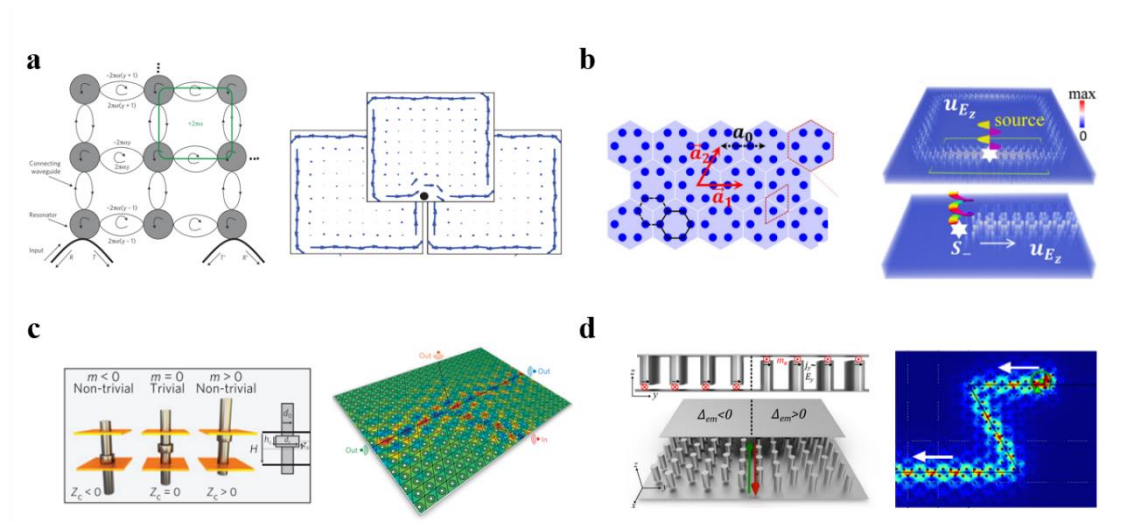


图 2.4 量子自旋霍尔光学拓扑绝缘体。(a) 基于硅基环形谐振腔的量子自旋霍尔光学拓扑绝缘体及其边界态^[17]；(b) 基于晶体对称性的量子自旋霍尔光学拓扑绝缘体及其边界态场分布^[18]；(c) 基于双各向异性材料的量子自旋霍尔光学拓扑绝缘体及其边界态场分布^[19]；(d) 基于超构波导的量子自旋霍尔光学拓扑绝缘体及其边界态场分布^[102]。

目前，量子自旋霍尔光学拓扑绝缘体已被广泛研究。2011 年，Hafezi 等人利用硅环谐振腔阵列设计合成磁场，该系统支持一对顺时针及逆时针方向传输的简并模式，分别对应于两个不同赝光子自旋，从而实现量子自旋霍尔光学拓扑绝缘体^[17]，如图 2.4 (a) 所示。2015 年，Hu 教授团队提出利用晶格对称性的方法构造赝自旋自由度，模拟光子系统中的量子自旋霍尔效应^[18]，如图 2.4 (b) 所示。2016 年，Khanikaev 教授团队提出利用双各向异性材料设计量子自旋霍尔光学拓

扑绝缘体^[19]，如图 2.4 (c) 所示。量子自旋霍尔光学拓扑绝缘体也在超构波导^[102]等系统中实现。

在量子自旋霍尔光学拓扑绝缘体中，上述受拓扑保护的边界态表现为传输在弯曲、无序等缺陷处无反射^[19]以及自旋锁定特性^[19,21,22]等，可用于实现多种新型电磁器件，如拓扑波导^[19]、拓扑延迟线^[19]、自旋极化波分器^[19,21,22]等。

2.2.3 量子谷霍尔光学拓扑绝缘体

量子谷霍尔光学拓扑绝缘体一般打破系统空间对称性，但保持时间反演对称性^[24-28]。当空间对称性被破坏时，在式 (2.5) 的类石墨烯晶格模型中 $M \neq 0$ ，此时系统具有谷霍尔相。此时，第一布里渊区中 \mathbf{K} 和 \mathbf{K}' 谷处分别出现有质量的狄拉克费米子。贝利曲率可描述能谷的物理特性。通过对 \mathbf{K} (\mathbf{K}') 谷附近的贝利曲率做积分，可得谷陈数：

$$C = \frac{1}{2\pi} \oint \Omega \cdot ds. \quad (2.8)$$

当 M 很小但不为零时，谷陈数为 $\pm 1/2$ ，其符号由打破空间对称性的质量项决定。在由相反谷陈数光学拓扑绝缘体构成的畴壁处，存在着无间隙的边界态，被称为谷扭结态 (Valley kink states)。从色散斜率可得，不同谷中的扭结态具有相反的群速度，并沿边界相反传输。扭结态可通过畴壁狄拉克方程分析，其中质量项在界面处翻转符号^[93]。根据体-边对应关系，谷扭结态的数量由畴壁两边光学拓扑绝缘体谷陈数之差决定^[63,103-105]。

由于设计的简单性和灵活性，量子谷霍尔光学拓扑绝缘体得到了广泛的研究。2016 年，Shvets 团队通过改变三角形晶格介质柱的形状提出量子谷霍尔光学拓扑绝缘体的设计方法^[25]，如图 2.5 (a) 所示。2016 年，董建文教授团队改变蜂窝状晶格介质柱的半径实现量子谷霍尔光学拓扑绝缘体^[26]，如图 2.5 (b) 所示。2017 年，张柏乐教授团队通过调节三角形晶格金属柱的尺寸研究了微波段量子谷霍尔光学拓扑绝缘体^[27]，如图 2.5 (c) 所示。2018 年，Rechtsman 团队通过调节材料的折射率在耦合光波导中实现量子谷霍尔光学拓扑绝缘体^[28]，如图 2.5 (d) 所示。

此外，量子谷霍尔光学拓扑绝缘体也可在表面等离子体^[62,106]、太赫兹硅片^[60]等系统中实现。

量子谷霍尔光学拓扑绝缘体中谷扭结态具有许多特殊物理特性，包括抑制反射^[63,104,105]、自旋谷锁定^[61-63]、谷态锁定特性^[61,62]等。基于上述特性，量子谷霍尔光学拓扑绝缘体可用于设计新型电磁器件，如马赫-曾德尔干涉仪^[103]、拓扑波分器^[61-63]、拓扑激光器^[59]、太赫兹片上通信^[60]等。

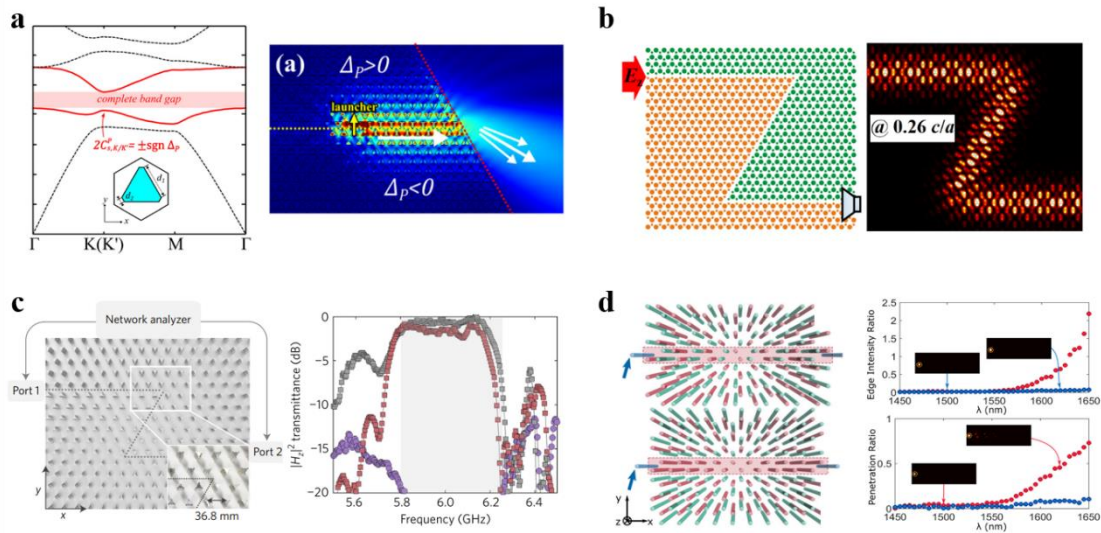


图 2.5 量子谷霍尔光学拓扑绝缘体。(a) 基于三角形晶格介质柱的量子谷霍尔光学拓扑绝缘体^[25]；(b) 基于蜂窝状晶格介质柱的谷量子谷霍尔光学拓扑绝缘体^[26]；(c) 基于三角形晶格金属柱的量子谷霍尔光学拓扑绝缘体及其谷扭结态传输效率^[27]；(d) 基于耦合光波导的量子谷霍尔光学拓扑绝缘体及边界态场分布^[28]。

2.3 三维光子晶体拓扑现象

根据能带特性的不同，三维拓扑光子晶体可分为三维光学拓扑半金属及三维光学拓扑绝缘体。根据能带简并不同，三维光学拓扑半金属可进一步划分为外尔半金属^[29-31]、三维狄拉克半金属^[32-34]及节线半金属^[35,36]等。本节主要介绍三维光子晶体中三维光学拓扑半金属和三维光学拓扑绝缘体的基本理论及研究现状。

2.3.1 三维光学拓扑半金属

在三维光学拓扑态中，三维光学拓扑半金属中存在的拓扑无能隙相被广泛研究，主要包括外尔点^[29-31]、三维狄拉克点^[32-34]及简并节线^[35,36]等。

外尔点是无能隙光学拓扑相的研究重点之一，为三维动量空间中两条能带间的线性交点。外尔点特性可由外尔哈密顿量描述：

$$H = v_x k_x \sigma_x + v_y k_y \sigma_y + v_z k_z \sigma_z. \quad (2.9)$$

其中， $v_{x,y,z}$ 是群速度， $\sigma_{x,y,z}$ 是泡利矩阵。外尔点的拓扑电荷（陈数）可通过对包含外尔点的二维曲面的贝利曲率积分得到。

外尔点可通过破坏三维结构中的时间反演对称性或空间对称性实现。2013年，Soljačić教授团队首次理论提出了在双螺旋光子晶体系统中引入磁场破坏时间反演对称性，设计具有外尔点的外尔半金属^[29]，如图2.6(a)所示。上述理论模型于2015年由该团队实验验证^[107]。2017年，Rechtsman教授团队利用耦合单模波导制备光子晶体，证明了II型外尔点和费米弧表面态^[108]，如图2.6(b)所示。2018年，张霜教授团队利用由马鞍形金属线圈设计的微波光子晶体实验观测了完美外尔点^[30]，如图2.6(c)所示。2019年，张霜教授团队利用太赫兹磁等离子体实验观测了磁性外尔点^[31]，如图2.6(d)所示。2020年，张柏乐教授团队利用三维拓扑手性微波超材料实现了受对称性保护的非常规光学外尔点^[109]，如图2.6(e)所示。2020年，Rechtsman教授团队通过空间对称性破缺的手性光子晶体实现具有二次色散的外尔点^[110]，如图2.6(f)所示。外尔点具有多种奇异拓扑现象，例如轴向异常^[111]、手征异常^[112,113]、引力异常^[114]和量子振荡等^[115]。光学外尔点的研究极大地加深了人们对拓扑半金属相的理解，并为操控电磁波提供了新方法。

三维狄拉克半金属是三维光学拓扑半金属中另一种研究重点。三维狄拉克点通常表现为三维动量空间中的四重线性简并点（可看作一对手性相反外尔点的简并）。三维狄拉克点主要通过能带反转或者对称性保护机制产生。2016年，Soljačić教授团队首次提出了在 x 、 y 和 z 方向具有滑移反射对称性的光子晶体中存在广义

三维狄拉克点^[32], 如图 2.6 (g) 所示。2019 年, 陈红胜教授团队提出了基于 C_3 对称性的开口谐振环结构的三维狄拉克点^[34], 如图 2.6 (h) 所示。

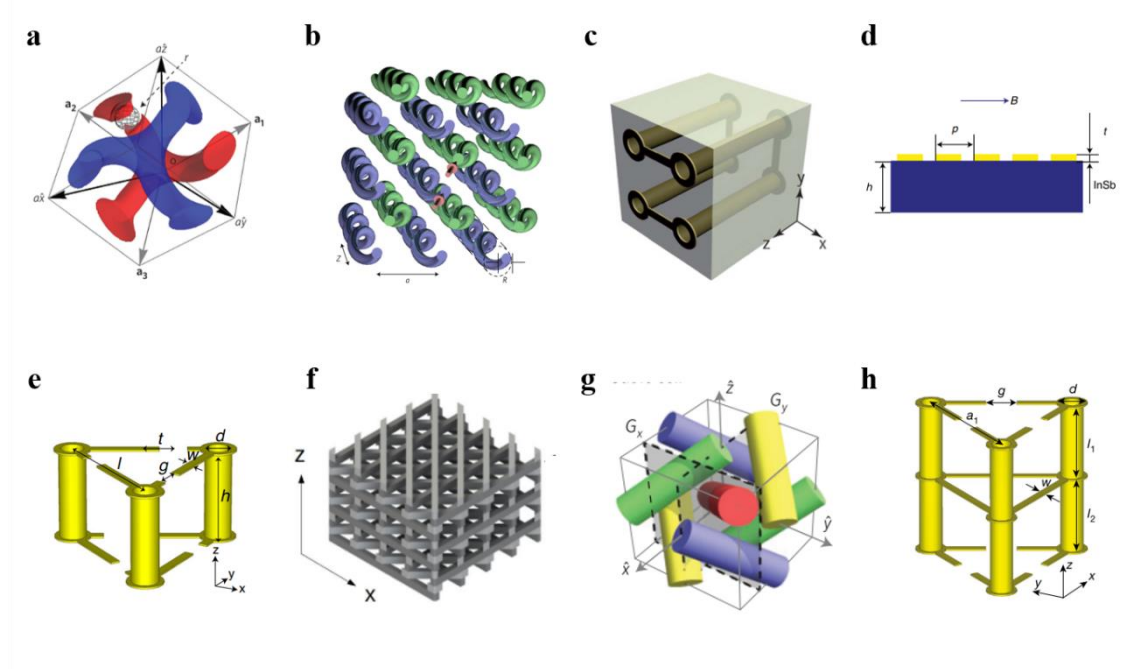


图 2.6 三维光学拓扑半金属。(a) 实现外尔点的双螺旋光子晶体^[29]; (b) 实现 II 型外尔点的耦合单模波导^[108]; (c) 实现外尔点的马鞍形金属线圈光子晶体^[30]; (d) 实现外尔点的太赫兹磁等离子体^[31]; (e) 实现外尔点的三维手性超材料^[30,109]; (f) 实现二次色散外尔点的手性光子晶体^[110]; (g) 实现外尔点的具有滑移反射对称性光子晶体^[32]; (h) 实现外尔点的 C_3 对称性开口谐振环结构^[34]。

简并节线由能带交叉形成^[35,36], 并表现出丰富的形式, 如节点链、节线环及节线结等。围绕简并节线的贝利相位为 π 。2013 年, Soljačić 教授团队提出了基于光子晶体的简并节线并研究了其拓扑相变^[29]。2019 年, 范汕洄教授团队利用简单的哈密顿量 $H(k) = k_x \sigma_x + k_z \sigma_z + \sqrt{k_x^2 + k_z^2} k_y \sigma_y$ 在几何阻挫结构中实现了具有拓扑电荷的节线^[36]。

2.3.2 三维光学拓扑绝缘体

三维光学拓扑绝缘体的显著特征是该结构中存在三维光学拓扑带隙, 该带隙

内的表面态被限制在空间中的三个方向上^[34]。由此，在三维光学拓扑绝缘体中，光子能够在空间中的任意方向进行鲁棒性传输。三维光学拓扑绝缘体可分为弱光学拓扑绝缘体和强光学拓扑绝缘体^[93]：弱光学拓扑绝缘体可通过堆叠二维量子自旋霍尔光学绝缘体实现；强光学拓扑绝缘体则需要借助于其他机制实现，如强自旋轨道耦合等方法。

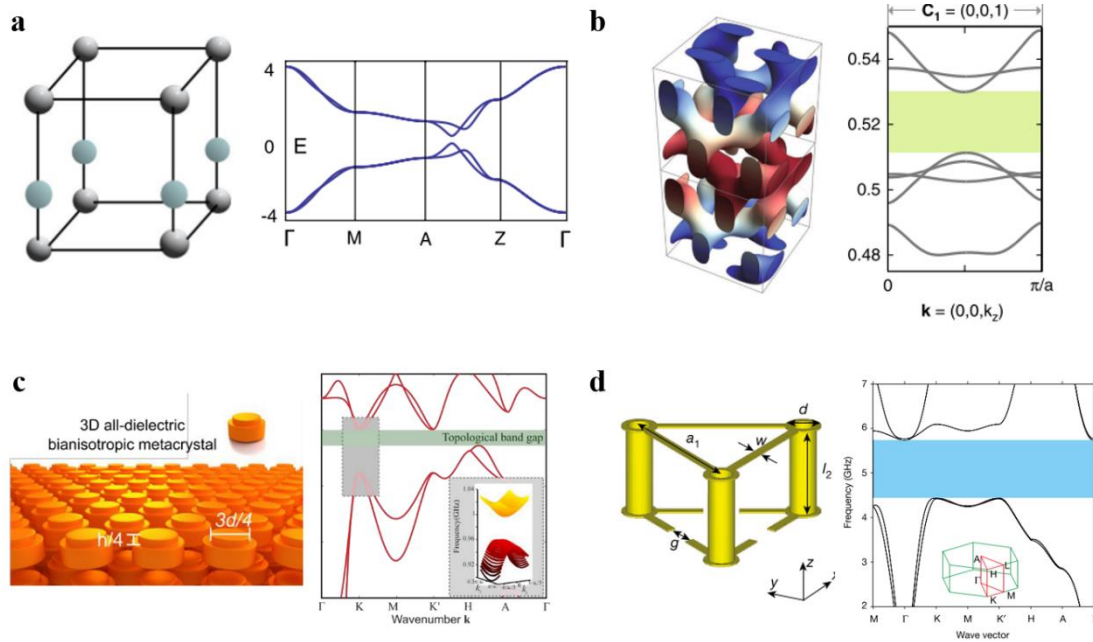


图 2.7 三维光学拓扑绝缘体。(a) 基于晶格对称性的三维光学拓扑绝缘体模型及拓扑能带^[116]；(b) 基于双螺旋磁性光子晶体的三维光学拓扑绝缘体模型及拓扑能带^[117]；(c) 基于双各向异性光子晶体的三维光学拓扑绝缘体的模型及拓扑能带^[37]；(d) 基于开口谐振环结构的三维光学拓扑绝缘体的模型及拓扑能带^[34]。

2011 年，付亮提出利用晶格对称性实现三维光学拓扑绝缘体^[116]，如图 2.7(a) 所示。2016 年，汪忠教授团队通过改变双螺旋磁性光子晶体 z 方向上的填充率实现了三维量子霍尔效应光学拓扑绝缘体^[117]，如图 2.7(b) 所示。2018 年，Khanikaev 教授团队理论提出了基于双各向异性光子晶体的三维光学拓扑绝缘体设计方法^[37]，如图 2.7 (c) 所示。基于该理论，2019 年，陈红胜团队首次利用开口谐振环结构实验证实了三维光学拓扑绝缘体的存在^[34]，如图 2.7 (d) 所示。

2.4 高阶光学拓扑绝缘体

2017年,科研人员首次提出高阶光学拓扑绝缘体的概念^[38,118]。与传统拓扑绝缘体不同,高阶光学拓扑绝缘体支持更低维度的拓扑态。例如,高阶二维光学拓扑绝缘体支持零维拓扑角态;二阶三维光学拓扑绝缘体支持一维拓扑棱态;三阶三维光学拓扑绝缘体支持零维拓扑角态^[38,118-127]。高阶光学拓扑绝缘体的研究拓展了非平庸拓扑相的研究。与传统体-边对应关系不同,高阶光学拓扑绝缘体中低维拓扑态需要由新的拓扑不变量定义,为光学拓扑绝缘体领域带来更多不同物理特性。按照其构成方法,高阶光学拓扑绝缘体主要分为两类:将一维系统中的量子化偶极矩推广到高维系统的偶极子高阶光学拓扑绝缘体^[128-130]及将量子化偶极矩推广到量子化多极矩的多极子高阶光学拓扑绝缘体^[38]。在本节中,作者将对这两种类型分别进行介绍。

2.4.1 偶极子高阶光学拓扑绝缘体

偶极子高阶光学拓扑绝缘体由二维或三维空间中偶极矩构成。对于该系统,每个方向上均存在偶极极化。通过偶极极化可得到瓦尼尔(Wannier)中心的位置,因此偶极子高阶光学拓扑绝缘体也被称为瓦尼尔型高阶光学拓扑绝缘体。二维SSH模型是偶极子高阶光学拓扑绝缘体的研究重点之一,如图2.8(a)所示。该模型中仅由正耦合构成,并不需要借助于负耦合或合成规范场^[128-130]。该二维SSH模型的哈密顿量^[129]为:

$$H = \sum_{m,n} \left[\left(t_x + (-1)^m \Delta t_x \right) c_{m+1,n}^\dagger c_{m,n} + \left(t_y + (-1)^n \Delta t_y \right) c_{m,n+1}^\dagger c_{m,n} \right] + H.c. \quad (2.10)$$

其中, (m,n) 表示格点的位置, c^\dagger (c)为粒子的产生(湮灭)算符, t_x , t_y 及 Δt_x , Δt_y 表示 x , y 方向的耦合强度。

当改变单元间与单元内的耦合强度时,该系统会发生拓扑相变。该系统的拓扑特性由拓扑不变量(偶极子极化)^[129,131]描述,即在整個布里渊区上对贝利势 \hat{A} 进行积分:

$$P_i' = -\frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2\vec{k} \text{Tr} [\hat{A}_i'], i = x, y. \quad (2.11)$$

其中, $(\hat{A}_i')_{mn}(k) = i\langle\phi_m(k)|\partial_{ki}|\phi_n(k)\rangle$, m, n 包含了所有的能带, $|\phi_n(k)\rangle$ 是第 m 条能带上的周期布洛赫方程。当单元间耦合弱于单元内耦合时, 该系统的偶极子极化为 $\mathbf{P} = (0, 0)$, 此时系统具有拓扑平庸相。当单元间耦合强于单元内耦合系数时, 该系统将具有分数的偶极子极化 $\mathbf{P} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 。此时, 瓦尼尔中心位于单元的角处, 表示具有 $1/4$ 分数角电荷的拓扑非平庸相, 从而表明该角处存在拓扑角态。

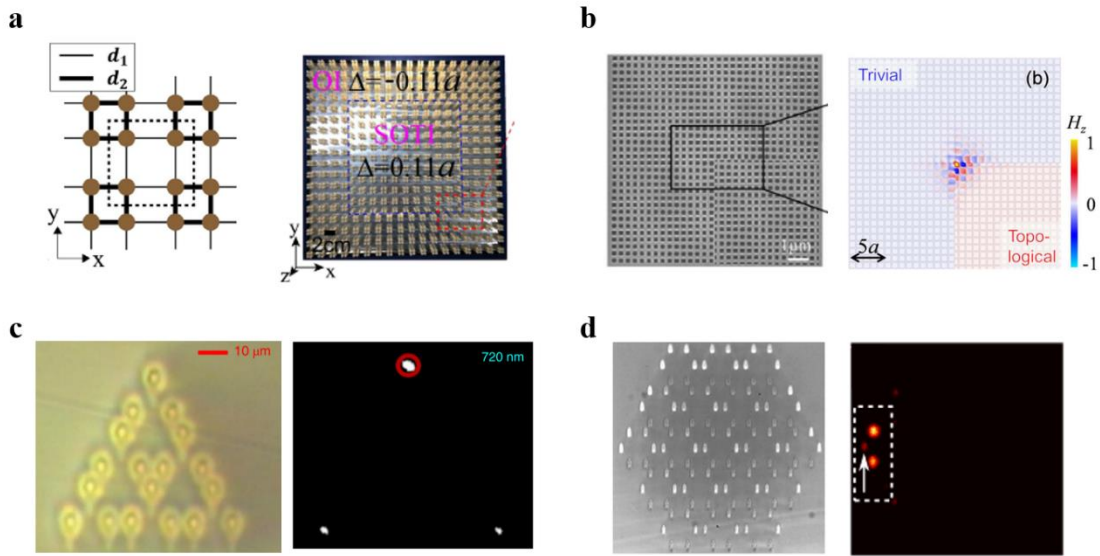


图 2.8 偶极子高阶光学拓扑绝缘体。(a) 二维 SSH 模型的哈密顿量及基于光子晶体的高阶光学拓扑绝缘体样品^[129]; (b) 基于近红外光子晶体的高阶光学拓扑绝缘体样品及仿真结果^[132]; (c) 基于可见光耦合光纤的高阶光学拓扑绝缘体样品及实验结果^[133]; (d) 基于耦合波导的高阶光学拓扑绝缘体样品及实验结果^[125]。

基于偶极子高阶光学拓扑绝缘体的研究已在微波光子晶体^[129,130](图 2.8(a))、近红外光子晶体^[132](图 2.8(b))、可见光耦合光纤^[133](图 2.8(c))、耦合波导^[125](图 2.8(d))、电路^[134]及等离子体纳米颗粒阵列^[135]等系统中实验实现。

2.4.2 多极子高阶光学拓扑绝缘体

利用多极子绝缘体模型是另一种实现高阶光学拓扑绝缘体的方法。如图 2.9 (a), (b) 所示, 四极子和八极子拓扑绝缘体模型被率先提出构造高阶光学拓扑绝缘体^[38]。四极子(八极子)拓扑绝缘体的紧束缚模型可用正方(立方)晶格模型描述, 如图 2.9 (c), (d) 所示。此时, 每个单元中不仅存在正耦合, 也存在负耦合。该四极子拓扑绝缘体的哈密顿量^[38]为:

$$H(k, \delta) = [\gamma + \lambda \cos(k_x)]\Gamma_4 + \lambda \sin(k_x)\Gamma_3 + [\gamma + \lambda \cos(k_y)]\Gamma_2 + \lambda \sin(k_y)\Gamma_1 + \delta\Gamma_0. \quad (2.12)$$

其中, $\Gamma_0 = \tau_3\sigma_0, \Gamma_k = -\tau_2\sigma_k, \Gamma_4 = \tau_1\sigma_0, k=1, 2, 3, \tau, \sigma$ 为泡利矩阵。 λ, γ 表示耦合强度。

对于八极子拓扑绝缘体, 其哈密顿量^[38]可表示为:

$$H_\delta^0(k) = \lambda \sin(k_y)\Gamma'_1 + \lambda \cos(k_y)\Gamma'_2 + \lambda \sin(k_x)\Gamma'_3 + \lambda \cos(k_x)\Gamma'_4 + \lambda \sin(k_z)\Gamma'_5 + \lambda \cos(k_z)\Gamma'_6 + \delta\Gamma'_0. \quad (2.13)$$

其中 $\Gamma'_i = \sigma_3 \otimes \Gamma_i, i=1, 2, 3, \Gamma'_4 = \sigma_1 \otimes I_{4 \times 4}, \Gamma'_5 = \sigma_2 \otimes I_{4 \times 4}, \Gamma'_6 = i\Gamma'_0\Gamma'_1\Gamma'_2\Gamma'_3\Gamma'_4\Gamma'_5$ 。

多极子拓扑绝缘体的拓扑不变量可由嵌套威尔逊环 (Wilson loop) 方法^[38, 118]或多体多极算子^[136, 137]计算。作者首先对嵌套威尔逊环方法进行介绍。在二维高阶光学拓扑绝缘体系统中, 分别沿每个方向构造威尔逊环算子。例如, 沿 x 方向, 威尔逊环算子可表示为 $W_{x,k} = F_{x,k+N_x\Delta k_x} \dots F_{x,k+\Delta k_x} F_{x,k}$ 。其中, k 表示该循环的起点。矩阵 $F_{x,k}$ 中元素 $[F_{x,k}]^{m,n}$ 表示沿威尔逊环的相邻 k 点处布洛赫波函数的内积。 $W_{y,k}$ 也可通过相同得方法计算得到。通过计算威尔逊环算子 $W_{x,k}$ 和 $W_{y,k}$ 的本征值和本征态, 可得到瓦尼尔能带及相关的波函数。此时, 这两条瓦尼尔能带之间存在间隙并且总和为 0。进一步, 通过构造瓦尼尔能带的威尔逊环, 可得到瓦尼尔带隙下瓦尼尔能带的量子化极化, 从而计算得到体带的四极矩。三维体系中的八极矩也可利用相似方法得到。多体多极算子是计算多极子光学拓扑绝缘体拓扑不变量的另一种方法^[136, 137], 即利用多体算子的基态期望值来表示四极矩和八极矩。

若耦合系数 $|\gamma/\lambda| < 1$ ，该四极子光学拓扑绝缘体的偶极子极化为零，但存在四极矩 $q_{xy} = 1/2$ 。当 $\delta = 0$ 且 $|\gamma/\lambda| < 1$ 时，八极子光学拓扑绝缘体中没有偶极子极化或四极矩，但存在八极矩 $Q_{xyz} = 1/2$ 。现象上，四极子拓扑绝缘体中存在一个有带隙的边界态，同时该带隙内存在角态；八极子拓扑绝缘体中存在有带隙的表面态和棱态，同时在该带隙内存在角态。它们都具有 $\pm 1/2$ 的量子化分数角电荷。

针对二维多极子光学拓扑绝缘体的实验已在微波电路^[120]（图 2.9 (e)）、电路系统^[124]（图 2.9 (f)）及耦合光学环形谐振器^[138]（图 2.9 (g)）等系统中实现。三维多极子光学拓扑绝缘体已在电路^[139]（图 2.9 (h)）系统中实现。

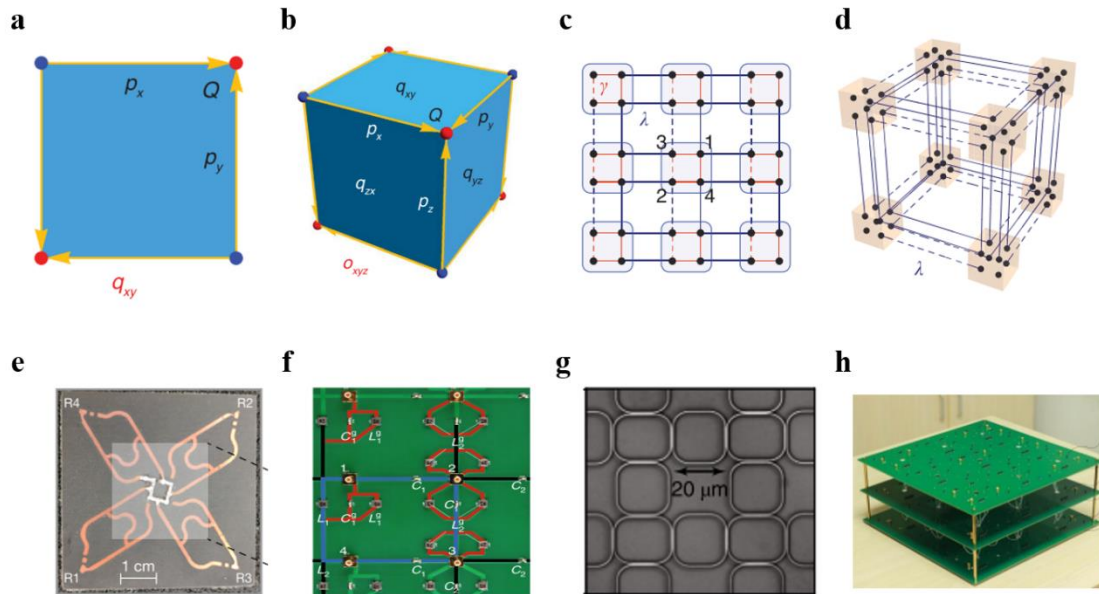


图 2.9 多极子高阶光学拓扑绝缘体。(a) - (d) 四极子（八极子）拓扑绝缘体原理图^[38]；(e) 基于微波电路的四极子光学拓扑绝缘体样品^[120]；(f) 基于电路的四极子光学拓扑绝缘体的样品^[124]；(g) 基于耦合光学环形谐振器的四极子光学拓扑绝缘体的样品^[138]；(h) 基于电路系统的八极子光学拓扑绝缘体的样品^[139]。

高阶光学拓扑绝缘体可用于操控信息与能量传输，可实现许多具有应用潜能的器件，如量子集成光子器件、具有高质量因数的纳米腔^[132,140]、低阈值激光器和非线性增强平台^[141,142]等。

2.5 非厄米拓扑电磁学

近年来, 针对物质拓扑态的研究不再局限于上述厄米系统。非厄米拓扑电磁学也成为了研究前沿之一。由于与外界环境发生相互作用, 非厄米系统一般具有增益或损耗特性。因此, 非厄米系统一般具有复特征值并表现出独特的物理特性, 例如非正交的本征模式^[143]、奇异点^[144,145]及单向传输^[65,146]等。本节主要介绍与本文研究相关的非厄米物理现象, 包括奇异点^[39-43]及非厄米趋肤效应^[44-56]。

2.5.1 奇异点

非厄米系统的研究热点之一是奇异点, 它本质上是参数空间中的非厄米简并点^[39-43]。此时, 系统的本征值和本征模式均发生简并。本节首先利用简单的二能级系统介绍奇异点, 如图 2.10 (a) 所示, 该系统的哈密顿量为:

$$H = \begin{pmatrix} -ig & \kappa \\ \kappa & ig \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

其中, g 为作用在单元上的增益/损耗, κ 是格点间耦合系数。当 $g=0$ 时, 该系统为厄米系统; 当 $g \neq 0$ 时, 由于该系统引入了增益和损耗特性, 属于非厄米系统。通过对上述非厄米进行求解, 可得到该系统的本征值。当 $g < \kappa$ 时, 系统的两个本征值均为实数, 该系统具有宇称-时间对称相; 当 $g > \kappa$ 时, 系统的本征值均变为复数, 该系统具有宇称-时间对称破缺相; 当 $g = \kappa$ 时, 系统本征值位于奇异点处, 即从宇称-时间对称相到宇称-时间对称破缺相的相变点, 其变化过程如图 2.10 (a) 所示。

目前, 奇异点已在电路^[40]、微波^[41]、力学^[42]、声学^[43]等系统中实现。此外, Khajavikhan 团队提出利用多个微环谐振腔设计高阶奇异点^[68], 如图 2.10 (b) 所示。Song 等人利用电路结构设计反宇称-时间对称系统中的奇异点^[147], 如图 2.10 (c) 所示。

在奇异点附近, 非厄米系统表现出诸多独特的物理特性, 包括损失诱导的透明度^[148], 单向隐形^[65,146], 带状合并^[149,150], 拓扑手性^[151,152]等, 可被用于设计非

互易传输器件^[65-67]、高灵敏度传感器^[68-70]、无线能量传输系统^[153,154]等新型电磁器件。

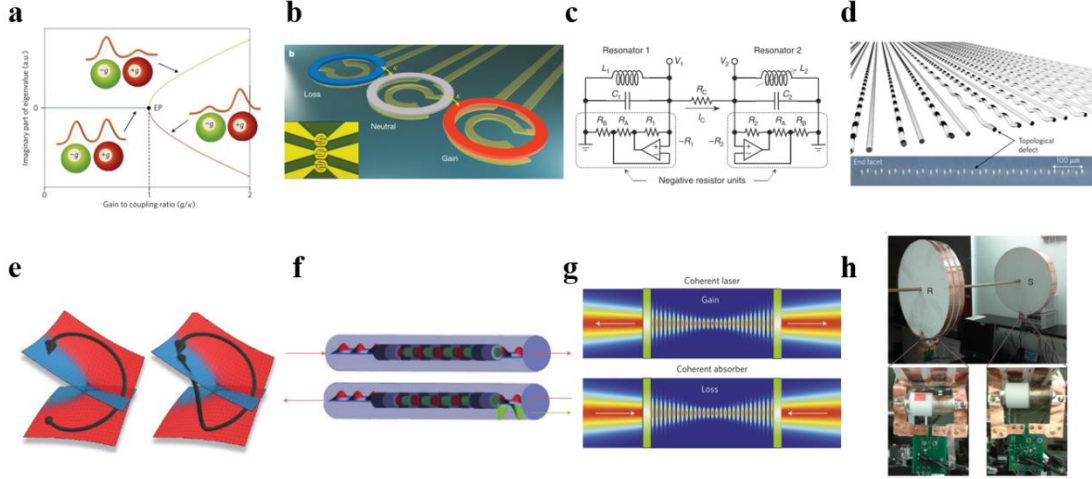


图 2.10 奇异点。(a) 宇称-时间对称相到宇称-时间对称破缺相的相变过程^[39]；(b) 基于三个耦合微环谐振腔的三阶奇异点示意图^[68]；(c) 基于反宇称-时间对称电路的奇异点模型^[147]；(d) 基于激光写入波导结构的光学拓扑宇称-时间对称系统示意图^[155]；(e) 非厄米系统复参数空间中黎曼面上奇异点运动轨迹^[151]；(f) 基于非厄米系统的单向隐身示意图^[65]；(g) 基于非厄米系统的完美激光吸收器示意图^[156]；(h) 基于非厄米系统的无线能量传输系统样品^[154]。

2.5.2 非厄米趋肤效应

最近的研究表明源于各向异性的耦合也会导致非厄米效应。在此类系统中，所有的本征态都会局域在边界处。该现象被称为非厄米趋肤效应^[44-56]。由于该现象不再满足前文提及的厄米拓扑系统中普遍存在的体-边对应关系^[44,56]，从而具有极大的研究价值与意义。本节通过一个单原子 HN 模型介绍非厄米趋肤效应，该模型的哈密顿量为：

$$H = \sum_x t_+ \hat{c}_{x+1}^\dagger \hat{c}_x + t_- \hat{c}_x^\dagger \hat{c}_{x+1}. \quad (2.15)$$

其中， t_{\pm} 分别表示两个相邻单元之间的耦合系数。在周期性边界条件下，该系统的能带为 $\omega(k) = t_+ e^{-ik} + t_- e^{ik}$ 。当引入开放边界且 $|t_-| > |t_+|$ ($|t_-| < |t_+|$)时，模式会聚集

在左（右）边界^[157]。此时，所有模式都具有趋肤深度 $L = \left[\log \sqrt{|t_+ / t_-|} \right]^{-1}$ 。非厄米趋肤效应的拓扑特性可由拓扑缠绕数描述^[158,159]。对于复平面上任意频率 ω_b （除能带上频率），其拓扑缠绕数为：

$$\nu = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial \omega(k) / \partial k}{\omega(k) - \omega_b} dk. \quad (2.16)$$

其中， $\omega(k)$ 表示能带本征频率。几何上，缠绕数 ν 的数值代表色散环绕基频 ω_b 的次数，缠绕数的符号 $+/-$ 表示色散逆时针/顺时针旋转方向^[56,160]。在复平面上色散环以外的频率点处拓扑缠绕数均为零。

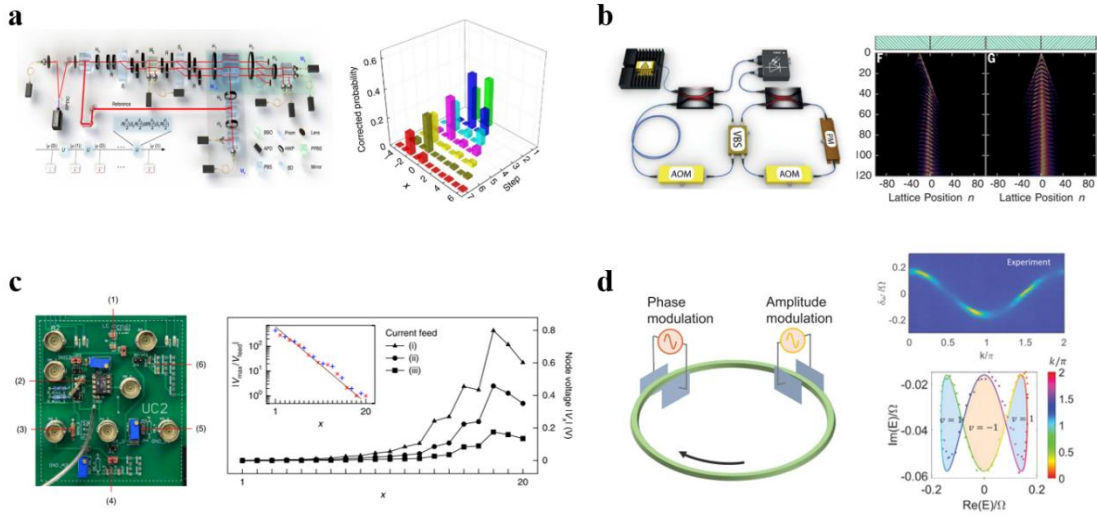


图 2.11 非厄米趋肤效应。(a) 基于量子行走系统的非厄米趋肤效应实验设备示意图及实验结果^[47]；(b) 基于光学系统的非厄米趋肤效应实验设备示意图及实验结果^[48]；(c) 基于电路系统的非厄米趋肤效应的实验装置及实验结果^[49]；(d) 基于频率合成空间的非厄米趋肤效应的实验设备示意图及实验结果^[161]。

2020 年，薛鹏教授团队在量子行走系统中实验观察到非厄米趋肤效应^[47]，如图 2.11 (a) 所示。Szameit 教授团队利用非厄米光学系统调控最近邻耦合实现单元间的非互易耦合，实验观察到光子向边界汇集的现象，证实了基于单拓扑缠绕的非厄米趋肤效应^[48]，如图 2.11 (b) 所示。Thomale 教授团队利用放大电路实现电路系统中的非互易耦合，实验观察到基于单拓扑缠绕的非厄米趋肤效应^[49]，如

图 2.11(c)所示。范汕洄教授团队在频率合成空间中任意调控远距离非互易耦合，实验观察到具有复杂拓扑缠绕的能带结构^[161]，如图 2.11 (d) 所示。非厄米趋肤效应，作为非厄米系统的最重要现象之一，可被应用于设计能量聚集器、高灵敏度传感器、鲁棒性的单向波导以及放大器等新型电磁器件。

2.6 本章小结

本章主要介绍了一维、二维、三维及高阶光学拓扑绝缘体的物理现象、研究现状及应用前景。由于光学拓扑绝缘体中存在许多独特的物理特性，它可被用于实现多种新型电磁器件，如无反射的高传输率波导、拓扑延迟线、拓扑波分器、拓扑激光器、太赫兹片上通信等。此外，本章还对非厄米拓扑电磁学的基本机理及研究现状作了详细阐述。

3 拓扑无线能量传输系统

基于磁共振及近场耦合的非辐射无线能量传输技术已被广泛应用。然而，双谐振器无线能量传输系统仅能工作于中短距离^[162-168]；多中继无线能量传输系统虽然可增加传输距离，但对扰动和缺陷等极为敏感^[169-174]。针对传统无线能量传输系统无法同时满足远距离传输与抗微扰的高效传输的局限性，在本章中，作者利用局域在一维拓扑绝缘体两端边界态之间的近场耦合进行能量传输，进而理论提出并实验证明拓扑无线能量传输系统的概念。即使引入微扰，该系统在奇异点附近仍可保持高效的能量传输。

3.1 研究意义

上世纪，尼古拉·特斯拉开创性地提出无线能量传输的设想与实验。随后，利用磁耦合谐振器进行非辐射无线能量传输的方法得到了广泛的研究^[162-168]。如图 3.1 (a) 所示，双谐振器无线能量传输系统可工作于中短距离（即传输距离小于或等于谐振器的尺寸），并可实现较高的能量传输效率。此类无线能量传输系统已经成功应用于电动汽车^[175]及生物医疗植入物^[176]等多个领域。然而，该系统中激发和接收谐振器之间的耦合强度会随传输距离的增加而急剧下降，从而导致能量传输功率及效率大幅下降。

为了增加传输距离，多中继线圈被加入激发和接收谐振器之间，构成多米诺骨牌形无线能量传输系统^[169-174]，如图 3.1 (b) 所示。该线圈谐振器系统可等效为磁感应波导，其中的能量通过导波模式传输。然而，多米诺骨牌形无线能量传输系统也存在一些局限。一方面，由于非相邻线圈之间存在复杂的交叉耦合，该系统的最佳工作频率偏离单个线圈的谐振频率并对系统线圈的数量极为敏感^[171]。另一方面，该系统中存在许多频率接近的驻波模式。当工作模式受到微扰（如线圈间距离变化等）时，该模式会与其他模式耦合，从而导致传输功率和效率急剧下

降。因此，实现能工作于远距离且对微扰（如不可避免的加工误差等）“免疫”的无线能量传输系统仍是一个遥不可及的设想。

正如前文所介绍，拓扑电磁学的发展为电磁波的鲁棒性传输提供了可行方案。因此，作者设想是否可将电磁拓扑绝缘体理论与无线能量传输系统相结合，设计一种受拓扑保护的无线能量传输系统，该系统可实现对扰动和加工误差等缺陷“免疫”的特性。

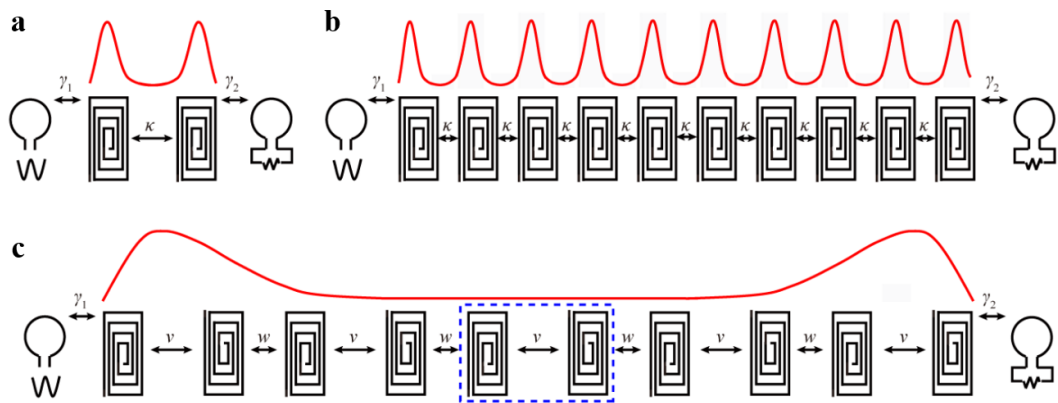


图 3.1 双线圈无线能量传输系统、多米诺骨牌形线圈无线能量传输系统和拓扑无线能量传输系统之间的比较。(a) 双线圈无线能量传输系统示意图。在该系统中，传输能量局域在两个线圈处（红线）；(b) 多米诺骨牌形无线能量传输系统示意图。在该系统中，能量通过两个反向传播模式叠加的驻波传输（红线）；(c) 本工作中的拓扑无线能量传输系统。在该系统中，能量聚集在谐振链的两端并在中间衰减（红线）。每个单元（蓝色虚线框）由两个绕向相反的线圈组成。

在本章中，作者提出并实验验证拓扑无线能量传输系统。在该系统中，能量通过局域在一维电磁拓扑绝缘体两端的边界态之间的近场耦合进行传输。该系统由多个线圈谐振器组成，如图 3.1 (c) 所示。其中每个单元包含两个线圈谐振器（蓝色虚线框），单元内和单元间耦合可被任意调节。在不考虑源和负载的情况下，该系统可等效为 SSH 模型^[13,177]。此外，每个单元中两个相邻线圈的绕向相反，这有效地抑制了非相邻线圈之间非必要的交叉耦合。作者证明了通过调节系统单元间及单元内耦合强度，该拓扑无线能量传输系统可工作于边界态的奇异点处。

此时，在单线圈谐振频率附近，该系统具有最大的能量传输效率。由于边界态的鲁棒性，与传统的多米诺骨牌形无线能量传输系统相比，该拓扑无线能量传输系统可在引入微扰的情况下保持相对较高的能量传输效率。

3.2 无线能量传输系统单元结构设计

如图 3.2 (a) 所示，本章所设计的线圈谐振腔的几何参数为宽度 $w = 6 \text{ mm}$ ，间隙 $g = 3 \text{ mm}$ ，内半径 $r = 40 \text{ mm}$ ，匝数 $N = 12$ 。该线圈可通过印刷电路板技术加工制成，即将 0.035 mm 厚的铜印刷在厚度为 2 mm 且介电常数为 3 的 F4B 印刷电路板上，见图 3.2 (b)。

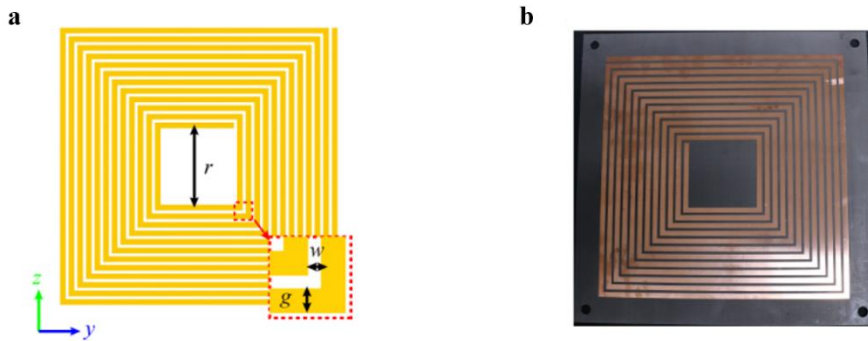


图 3.2 线圈谐振器结构。(a) 设计的线圈谐振器示意图；(b) 加工的线圈谐振器照片。

3.3 无线能量传输系统理论分析

本节首先理论分析简单的双谐振腔无线能量传输系统的传输特性；进一步，分析拓扑无线能量传输系统的传输特性；最后，研究无线能量传输系统中的交叉耦合系数。

3.3.1 双谐振器无线能量传输系统理论分析

如图 3.1 (a) 所示，双谐振器无线能量传输系统由激发源、两个线圈谐振器以及接收负载组成。两个线圈谐振器具有相同的谐振频率 ω_0 和相同的本征损耗 Γ_0 。两个线圈之间的耦合系数为 κ ，它们与激发源（接收负载）之间的耦合系数为

$\gamma_1 = \gamma$ ($\gamma_2 = \gamma$)。根据耦合模理论，该系统的动态方程可描述为：

$$\begin{aligned} da_1/dt &= (-i\omega_0 - \Gamma_0 - \gamma)a_1 - i\kappa a_2 + \sqrt{2\gamma}s_{1+}, \\ da_2/dt &= (-i\omega_0 - \Gamma_0 - \gamma)a_2 - i\kappa a_1. \end{aligned} \quad (3.1)$$

其中 a_1 和 a_2 表示两个线圈的谐振模式， s_{1+} 代表入射波。假设反射波为零，其等效哈密顿量可被表示为：

$$H = \begin{bmatrix} \omega_0 - i\Gamma_0 + i\gamma & \kappa \\ \kappa & \omega_0 - i\Gamma_0 - i\gamma \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

通过求解 $|\omega I - H| = 0$ ，可得到 $(\omega - \omega_0) + \gamma^2 - \Gamma_0^2 - \kappa^2 = 0$ ，从而确定双谐振器无线能量传输系统在完美吸收状态下的复本征频率。当不考虑固有本征损耗 Γ_0 且假设 $\gamma = 0.5$ MHz， $\omega_0 = 12.78$ MHz 时，该系统的能谱如图 3.3 所示。

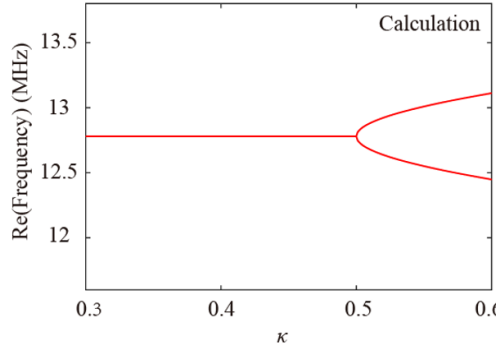


图 3.3 双谐振器无线能量传输系统的理论计算结果。

3.3.2 拓扑无线能量传输系统理论分析

本节进一步分析多中继拓扑无线能量传输系统的传输特性。如图 3.1 (c) 所示，该系统由激发源、一维线圈谐振器链以及接收负载组成。该线圈谐振器链由 N 个具有相同谐振频率 ω_0 和相同本征损耗 Γ_0 的线圈组成。该线圈谐振器单元内或单元间的磁耦合系数分别为 v 或 w 。线圈谐振器链两端的线圈与源（负载）相互耦合，其耦合系数为 $\gamma_1 = \gamma$ ($\gamma_2 = \gamma$)。当仅考虑最近邻耦合时，该系统的动态方程可由耦合模理论^[178]得到：

$$\begin{aligned}
da_1/dt &= (-i\omega_0 - \Gamma_0 - \gamma)a_1 - iva_2 + \sqrt{2\gamma}s_{1+} \\
da_2/dt &= (-i\omega_0 - \Gamma_0)a_2 - iva_1 - iwa_3 \\
da_3/dt &= (-i\omega_0 - \Gamma_0)a_3 - iwa_2 - iva_4 \\
&\dots \\
da_N/dt &= (-i\omega_0 - \Gamma_0 - \gamma)a_N - iva_{N-1}.
\end{aligned} \tag{3.3}$$

其中, $a_m = A_m e^{-i\omega t}$ 表示第 m 个线圈的谐振模式, s_{1+} 表示入射波。假设反射波 s_{1-} 等于零, 可求得该系统的等效本征频率^[70,156,179,180]。此时, 该系统的动态方程为:

$$H \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}. \tag{3.4}$$

其中, 该系统的等效哈密顿量为:

$$H = \begin{bmatrix} \omega_0 - i\Gamma_0 + i\gamma & v & \dots & 0 & 0 \\ v & \omega_0 - i\Gamma_0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_0 - i\Gamma_0 & v \\ 0 & 0 & \dots & v & \omega_0 - i\Gamma_0 - i\gamma \end{bmatrix}. \tag{3.5}$$

假设该系统的大小 $N=10$, 谐振频率 $\omega_0=0$ Hz, 在不同本征损耗 $\Gamma_0=0, 0.05, 0.1, 0.2$ MHz 的影响下, 该系统的本征频率谱分别如图 3.4 所示。此时, 只有本征频率的虚部发生变化, 该现象说明本征损耗在此系统中只具有损耗背景作用^[155]。

在不考虑 Γ_0 的情况下, 即该系统没有损耗背景, 该开放系统的哈密顿量可简化为:

$$H = \begin{bmatrix} \omega_0 + i\gamma & v & 0 & \dots & 0 & 0 \\ v & \omega_0 & w & \dots & 0 & 0 \\ 0 & w & \omega_0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \omega_0 & v \\ 0 & 0 & 0 & \dots & v & \omega_0 - i\gamma \end{bmatrix}. \tag{3.6}$$

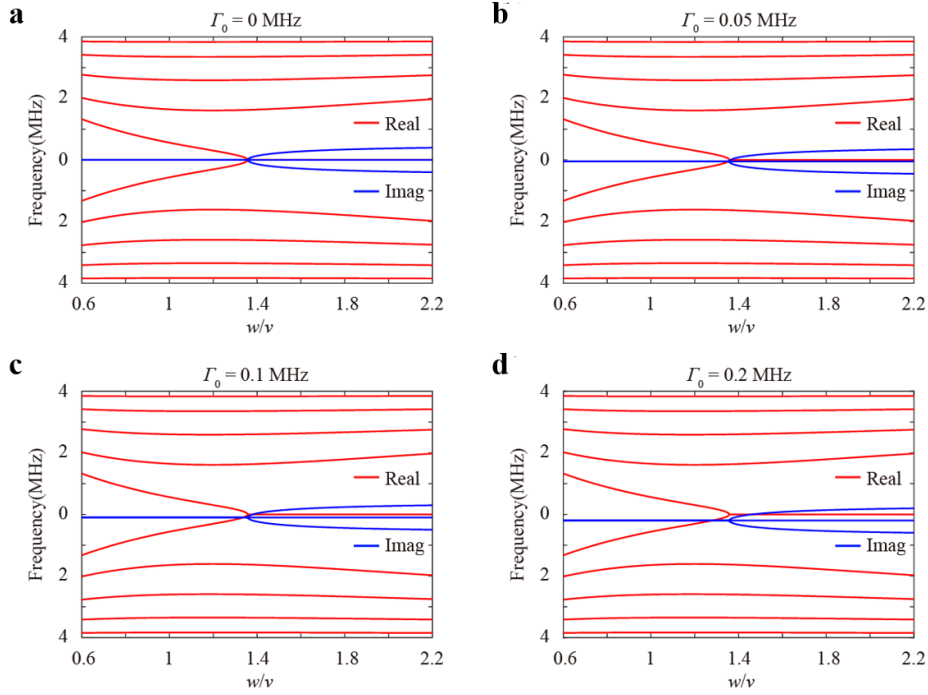


图 3.4 不同本征损耗下拓扑无线能量传输系统的本征频率谱。(a) - (d) 本征损耗 $\Gamma_0 = 0$ 、0.05、0.1、0.2 MHz 时, 拓扑无线能量传输系统的本征频率谱。红/蓝线代表本征频率的实/虚部。

其中, 哈密顿量中存在两个共轭的虚电势 $+\gamma$ 和 $-\gamma$, 它们由源和负载引起, 表示有效增益/损耗强度。该哈密顿量可等效为有限长度非厄米 SSH 模型的哈密顿量。P 和 T 被定义为空间算子和时间反演算子, 其作用分别表示为 $p \rightarrow -p, x \rightarrow -x$, 以及 $p \rightarrow -p, x \rightarrow -x, i \rightarrow -i$ 。上述哈密顿量满足 $[PT, H] = 0$, 说明该系统具有宇称-时间反演对称性^[156,181,182]。

当有效增益或损耗 $\gamma = 0$ Hz 时, H 可等效为厄米 SSH 模型的哈密顿量。此时, 该 SSH 链可被视为一维电磁拓扑绝缘体, 其拓扑特性由 Zak 相位(Zak Phase) $\varphi_{\text{Zak}} = i \int_{-\pi/p}^{\pi/p} \langle \mu_{n,k} | \partial_k | \mu_{n,k} \rangle d_k$ 描述^[71]。其中, p 是 SSH 链的周期, $\mu_{n,k}$ 表示波矢为 k 的第 n 条能带下本征态的归一化布洛赫本征函数的周期内部分。当 $w/v > 1$ 时, Zak 相位为 π , 该系统具有拓扑非平庸相 (见图 3.5 (a) 中黄色区域); 当 $w/v < 1$ 时, Zak 相位为 0, 该系统具有拓扑平庸相^[177] (见图 3.5 (a) 中白色区域)。

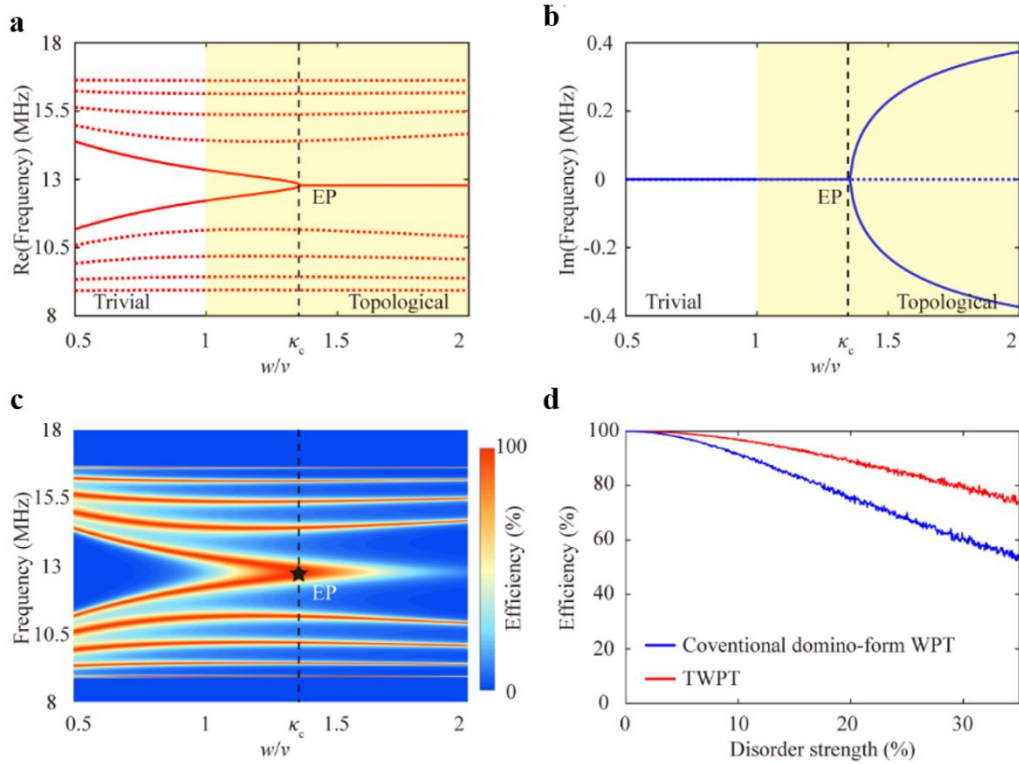


图 3.5 拓扑无线能量传输系统的理论分析。(a), (b) 本征频率的实部和虚部, 黄色和白色区域分别表示拓扑非平庸相和平庸相。黑色虚线表示 $w/v = \kappa_c$ 处的奇异点, 彩色实线和虚线分别表示边界态和体态; (c) 数值计算传输效率与频率和 w/v 之间的关系; (d) 传统的多米诺骨牌形无线能量传输系统 (蓝线) 和拓扑无线能量传输系统 (红线) 的平均效率与无序强度之间的关系。

进一步, 作者考虑有限长度拓扑无线能量传输链, 其参数为: 长度 $N = 10$, 谐振频率 $\omega_0 = 12.78$ MHz, 有效增益/损耗强度 $\gamma = 0.5$ MHz。根据式 (3.6), 可得到特征频率的实部和虚部随 w/v 变化的情况, 如图 3.5 (a) 和 3.5 (b) 所示。当 $w/v < 1$ 时, 平庸的带隙在 ω_0 附近打开。当 $w/v > 1$ 时, 拓扑非平庸带隙在 ω_0 附近打开, 并出现两个拓扑边界态 (见图 3.5 (a) 中的第五和第六个模式)。在无限长的厄米 SSH 链中, 若 $w/v > 1$, 这两个拓扑边界态的特征频率应在 ω_0 处简并。然而, 在有限长度的 SSH 链中, 这两个拓扑边界态通过近场耦合相互作用, 导致边界态的频率偏离 ω_0 。此外, 由于源/负载导致的增益/损耗效应, 上述具有一对耦合边界态的系统可被视为一对具有宇称-时间对称并存在宇称-时间对称相变

的耦合谐振器^[182,183]。在 $w/v = \kappa_c$ 的临界点，即奇异点处^[184]，两个边界态的特征频率和特征模式都将简并。在宇称-时间对称相时，即 $w/v < \kappa_c$ ，这两个边界态的特征频率均为实数且从 ω_0 劈裂。在宇称-时间对称破缺相时，即 $w/v > \kappa_c$ ，这两个边界态的特征频率则变为复数，而其实部一直为 ω_0 (彩色实线)。在相变过程中，体态的其它八个特征频率均保持实数 (彩色虚线)。

拓扑无线能量传输系统的传输效率可表示为：

$$\eta = \left| \frac{s_{2-}}{s_{1+}} \right|^2. \quad (3.7)$$

其中， s_{1+} 表示入射波， s_{2-} 代表出射波。根据式 (3.3) 和式 (3.7)，可得到传输效率与频率以及 w/v 之间的关系，如图 3.5 (c) 所示。在宇称-时间对称相时 ($w/v < \kappa_c$)，传输效率将会在偏离中心频率 ω_0 的两个边界态特征频率附近达到最大。在宇称-时间对称破缺相时 ($w/v > \kappa_c$)，传输效率在 ω_0 处达到峰值，而最大效率相对较低并且随着 w/v 的增加迅速下降。在奇异点处 ($w/v = \kappa_c$)，传输效率在 ω_0 处可以达到 1。上述三种情况分别与双谐振器无线能量传输系统中的过度耦合、欠耦合和临界耦合情况相似^[164]。

由于边界态具有拓扑鲁棒性，利用拓扑边界态之间近场耦合的拓扑无线能量传输系统的性能明显优越于传统的基于磁感应导波模式的多米诺骨牌形无线能量传输系统，尤其是在引入微扰的情况下。作者通过比较这两种无线能量传输系统在引入微扰情况下的传输效率来证实拓扑无线能量传输系统的优越性。图 3.5 (d) 展示了在固定频率下传输效率与引入微扰强度之间的关系。通过随机改变耦合系数 v 和 w 引入微扰，每种情况分析均是通过 1000 次实验结果取平均得到。与传统的多米诺骨牌形无线能量传输系统相比，拓扑无线能量传输系统始终保持明显较高的抗微扰效率。尽管受拓扑保护的边界态对微扰具有鲁棒性，但两个拓扑边界态之间的耦合会随着微扰强度的变化而改变，所以拓扑无线能量传输系统的效率并不总能随着无序强度的增加而保持不变。

为了比较不同系统的传输效率与微扰强度之间的关系，需要固定上述系统的工作频率。对于拓扑无线能量传输系统 ($w/v = \kappa_c$)，工作频率被固定在拓扑边界

态的奇异点, $f = \omega_0 = 12.78 \text{ MHz}$, 如图 3.6 (a) 红点所示。对于传统的多米诺骨牌形无线能量传输系统 ($w/v = 1$), 即等距线圈谐振器系统, 工作频率被选择为特征频谱的中间峰值, $f = 12.22 \text{ MHz}$ 或 13.34 MHz , 如图 3.6 (b) 蓝点所示。由于系统结构的对称性, 蓝点标记的两个频率关于中心频率 f_0 对称。

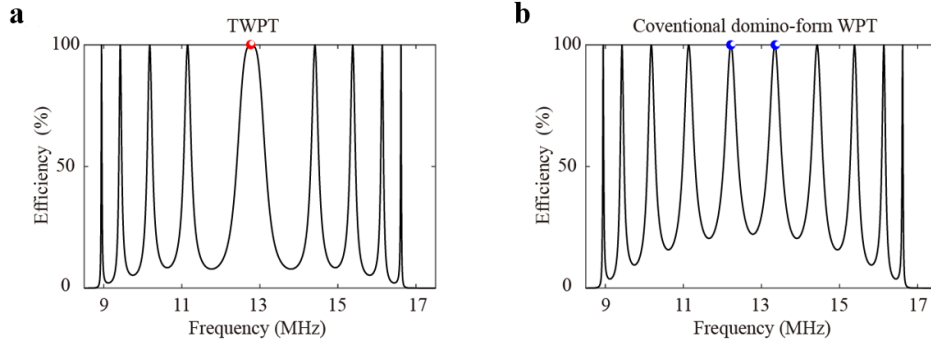


图 3.6 无线能量传输系统的工作频率。(a) 红点 ($f = 12.78 \text{ MHz}$) 表示拓扑无线能量传输系统 ($w/v = \kappa_c$) 的工作频率; (b) 蓝点 ($f = 12.22 \text{ MHz}/13.34 \text{ MHz}$) 表示传统多米诺骨牌形无线能量传输系统 ($w/v = 1$) 的工作频率。

3.3.3 交叉耦合系数理论分析

前文提及, 在拓扑无线能量传输系统中, 每个单元由两个绕向相反的线圈组成, 如图 3.1 (a) 所示。在传统的多米诺骨牌形无线能量传输系统中, 所有线圈通常具有相同的绕向。本节分析相同/不同绕向相邻线圈之间的耦合及非相邻线圈之间的交叉耦合。为了简化模型, 此时仅考虑最近邻耦合及次近邻耦合, 并忽略高阶耦合, 该广义 SSH 模型的哈密顿量^[177]为:

$$H = \begin{bmatrix} t(e^{ik} + e^{-ik}) & v + we^{-ik} \\ v + we^{ik} & t(e^{ik} + e^{-ik}) \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

其中 t 代表最近邻耦合系数, v 和 w 分别表示单元内和单元间的耦合系数。将式 (3.8) 所计算的特征值与第一性原理计算的特征值进行拟合, 可得到耦合系数。此外, 作者利用商业软件 Computer Simulation Technology (CST), 得到具有相同/相反绕向线圈谐振器组成的单元结构的能带, 如图 3.7 (红点) 所示。可以发现,

具有相反绕向的系统的能带(图 3.7(a))相对于单个谐振器的谐振频率(约 13MHz)对称, 具有手性对称性^[177]。相比之下, 具有相同绕向结构(图 3.7(b))的能带不对称, 意味着手性对称性被打破。进一步, 通过对上述哈密顿量进行拟合, 可得到在绕向相反的情况下, 耦合系数 $v=w=2.8\text{ MHz}$ 且最近邻耦合系数 $t=0$ 。然而, 对于具有相同绕向的情况, 耦合系数 $v=w=1\text{ MHz}$ 且最近邻耦合系数 $t=0.22\text{ MHz}$ 。由此可见, 在绕向相反的情况下高阶交叉耦合被抑制。

上述非传统绕向结构抑制了不相邻线圈之间非必要的交叉耦合, 此类交叉耦合不仅会导致最佳工作频率偏离单线圈谐振器的谐振频率, 还会导致工作频率对线圈数量十分敏感^[171]。此外, 交叉耦合也会打破 SSH 模型的手性对称性^[177]

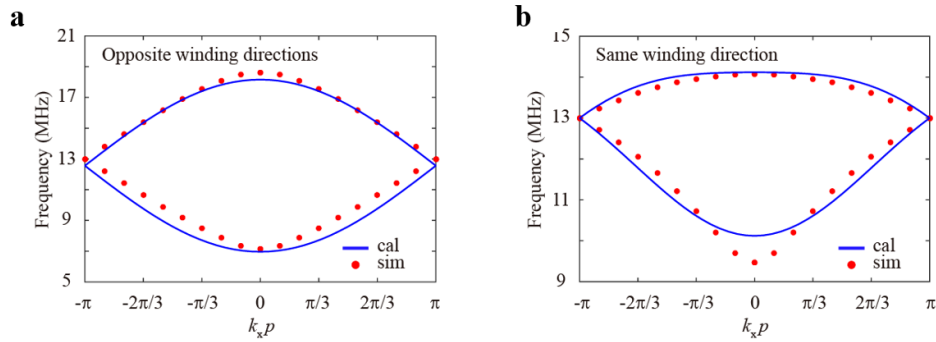


图 3.7 耦合系数仿真及拟合结果。(a), (b) 由绕向相反/相同线圈组成单元的能带。红点表示 CST 仿真结果。蓝线表示广义 SSH 哈密顿量数值计算结果。

3.4 无线能量传输系统实验结果

本节主要介绍无线能量传输系统的实验结果。作者首先实验分析耦合系数与线圈距离之间的关系; 其次, 分别对双谐振腔无线能量传输系统及拓扑无线能量传输系统的性能进行实验探究; 再次, 实验验证拓扑无线能量传输系统的鲁棒性; 最后, 利用该拓扑无线能量传输系统点亮灯泡观察实验结果。

3.4.1 线圈耦合系数实验结果

作者通过移动两个线圈距离, 测量两个线圈间的耦合系数与距离之间的关系,

实验结果见图 3.8。

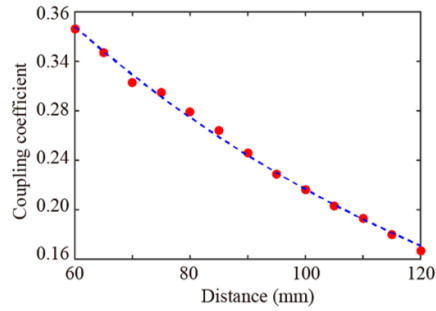


图 3.8 耦合系数与线圈距离之间的关系。

3.4.2 双谐振腔无线能量传输系统实验结果

作者进一步对双谐振器无线能量传输系统进行实验研究。此时，两个线圈被水平排列在 x 方向上，并可任意地同轴滑动。通过调节两个线圈间的距离，测得该双谐振器无线能量传输系统的传输效率。随后，通过选择传输效率的峰值，可得到传输效率峰值的频率与耦合系数之间的关系，如图 3.9 所示。该实验结果与理论计算结果（图 3.3）保持一致。

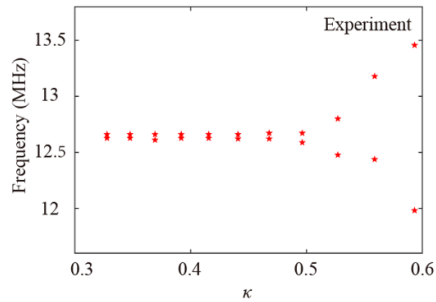


图 3.9 双谐振腔系统的实验结果。

3.4.3 拓扑无线能量传输系统实验结果

在本节中，作者实验证实了具有高传输效率的拓扑无线能量传输系统。此时，10 个线圈被水平排列在 x 方向上，并可任意地同轴滑动，如图 3.10 和 3.11 (a) 所示。每个单元（黑色虚线框）由两个具有相反绕向的线圈（用蓝色或红色箭头

表示) 组成, 其周期为 $p = 17 \text{ cm}$ 。为了测量该拓扑无线能量传输系统的效率, 作者在系统的两端放置了两个探测线圈作为源和接收器^[164,167,170]。这两个探测线圈与矢量网络分析仪 (Vector network analyzer) 连接, 如图 3.11 所示。

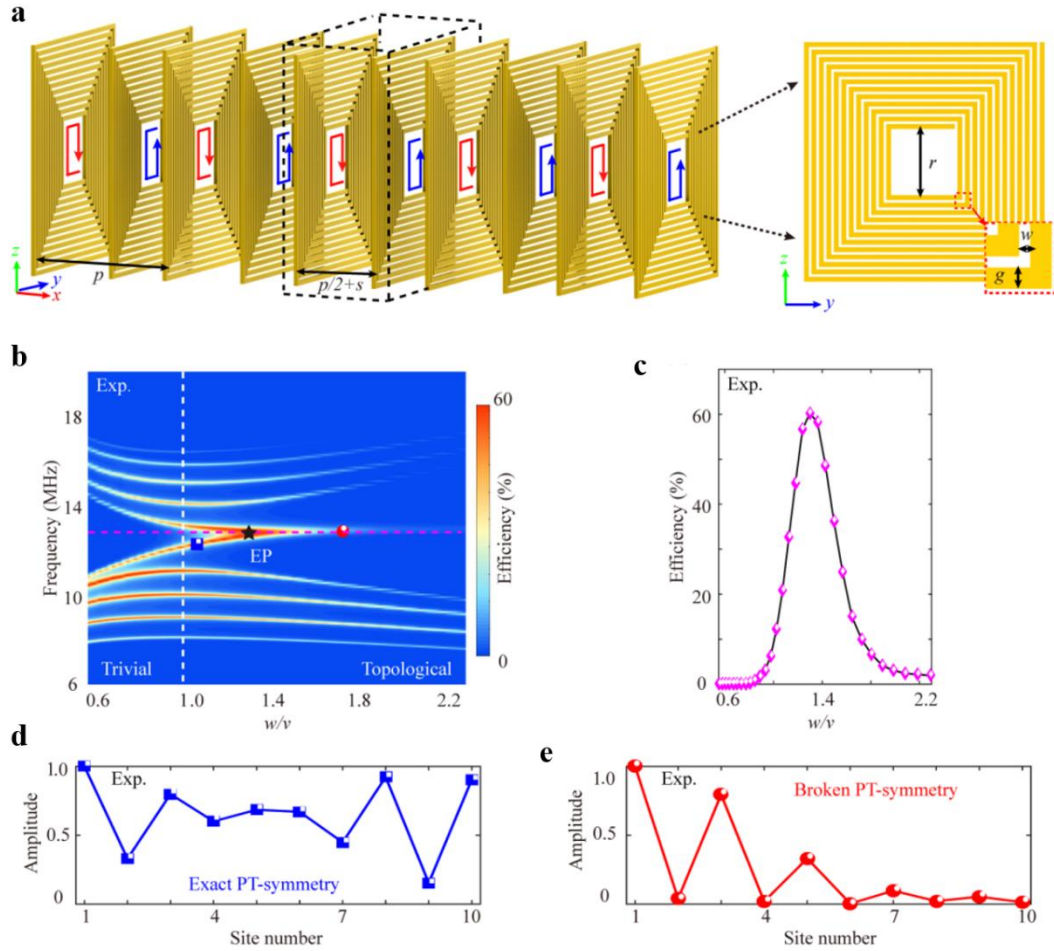


图 3.10 拓扑无线能量传输系统的实验结果。(a) 拓扑无线能量传输系统示意图; (b) 实验测量的传输效率与频率和 w/v 的关系。白色虚线表示 $w/v=1$, 分隔了拓扑平庸和非平庸相。品红色虚线表示中心频率 $f_0=12.78 \text{ MHz}$; (c) 在固定频率 $f_0=12.78 \text{ MHz}$ 处测量的传输效率与 w/v 的关系; (d), (e) 该系统在宇称-时间相/宇称-时间对称破缺相处的实验测试场分布。

图 3.10 (b) 和 (c) 展示了实验测量的传输效率与频率和 w/v 之间的关系。该实验结果与理论计算结果 (图 3.5 (c)) 一致。当 $w/v < 1$ 时, 单元内耦合强于单元间耦合, 因此在体带隙中无法观察到边界态, 表明此时系统处于拓扑平庸态。

相比之下, 当 $w/v > 1$ 时, 单元内耦合弱于单元间耦合, 因此在体带隙中存在两个边界态, 表明此时系统处于拓扑非平庸态。此外, 由于增益-损耗效应, 奇异点处存在宇称-时间对称过渡态, 此时频率 $f_0 = 12.78 \text{ MHz}$ (品红色虚线), $w/v = 1.3$ ($s = 11 \text{ mm}$)。在奇异点附近, 系统的传输效率达到最大, 约为 60.2%, 与理论计算结果 (图 3.5 (c)) 一致。

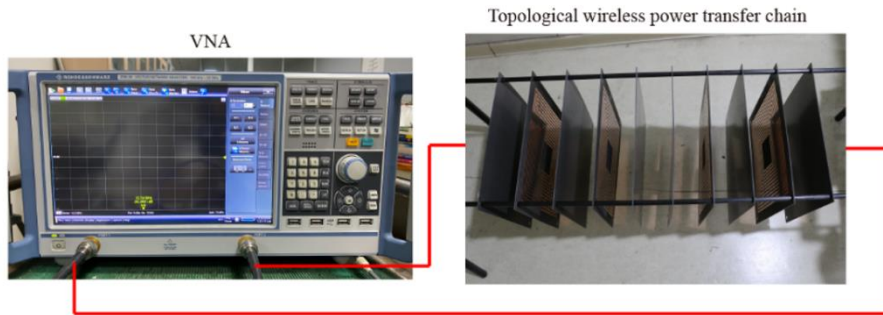


图 3.11 实验测量装置。

本节进一步比较不同宇称-时间对称状态下系统的场分布, 如图 3.10 (d) 和 3.10 (e) 所示。与宇称-时间对称破缺相不同, 在宇称-时间对称相下模式能量主要分布在无线能量传输链上, 因此拓扑边界态均没有净损失或增益。由于拓扑无线能量传输主要依赖于拓扑边界态之间的近场耦合, 所以拓扑边界态不可过于局域, 否则会使耦合太弱从而无法传递能量。

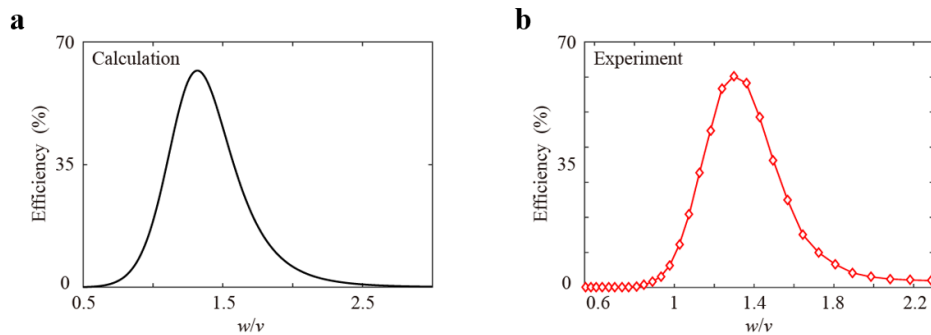


图 3.12 本征损耗。(a) 本征损耗 $\Gamma_0 = 0.06 \text{ MHz}$ 时, 固定频率 $f_0 = 12.78 \text{ MHz}$ 下效率与耦合系数的关系; (b) 固定频率 $f_0 = 12.78 \text{ MHz}$ 时, 实验测量的效率与耦合系数之间的关系。

如图 3.10 (c) 所示, 由于金属存在损耗, 所以实验测量的传输效率无法达到 1。作者将实验结果与理论模型进行拟合, 得到该拓扑无线能量传输系统的内在本征损耗约为 $\Gamma_0 = 0.06$ MHz, 如图 3.12 所示。

3.4.4 拓扑无线能量传输系统的鲁棒性实验结果

在本节中, 作者实验比较拓扑无线能量传输系统和传统多米诺骨牌形无线能量传输系统在引入微扰情况下的传输效率。

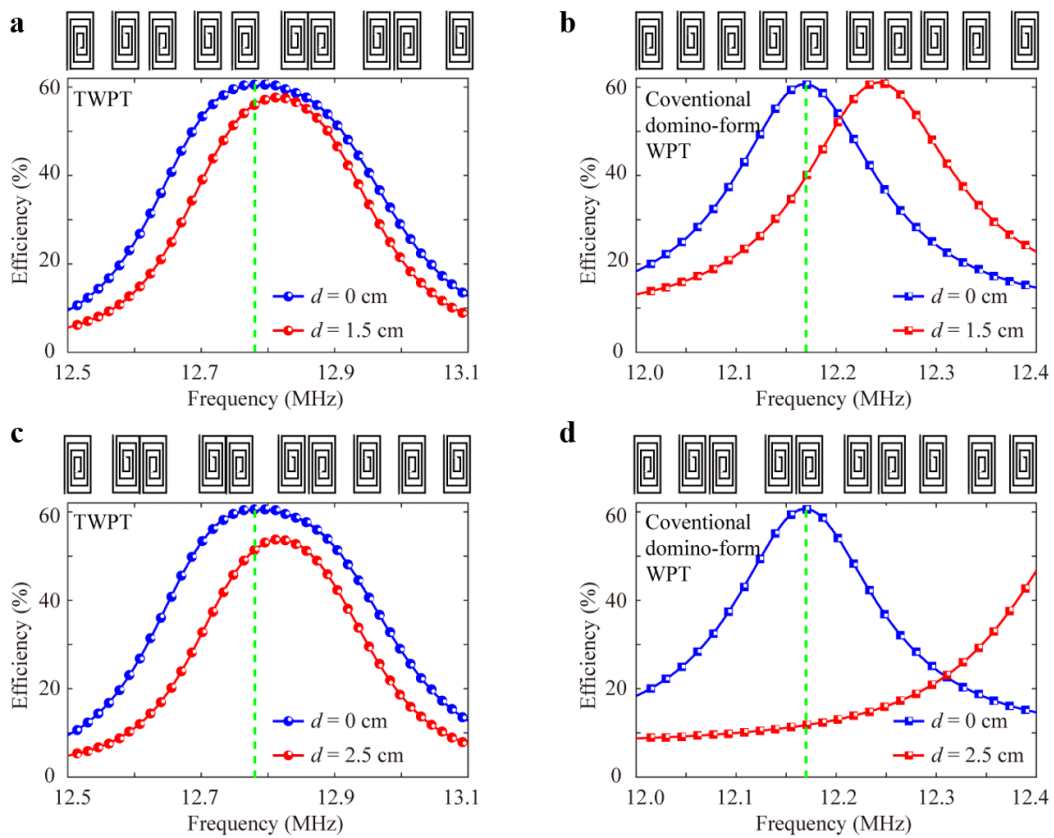


图 3.13 引入无序下无线能量传输系统的实验结果。(a) - (d) 拓扑无线能量传输系统和传统的多米诺骨牌形无线能量传输系统在无序强度为 $d = 1.5$ cm/2.5 cm 相同情况下测量的传输效率。微扰结构如上方示意图所示。绿色虚线代表拓扑无线能量传输系统的工作频率 $f = 12.78$ MHz 和传统多米诺骨牌形无线能量传输系统的工作频率 $f = 12.17$ MHz。

在没有微扰下, 这两个系统 (图 3.13 中的蓝色圆圈和蓝色方形曲线) 的最大

效率几乎一致，该现象也符合理论计算结果。通过在这两个系统中随机移动线圈位置 $\Delta s \in [-d, d]$ 来研究不同强度的下系统传输效率的扰动，其中 Δs 表示具有均匀分布的微扰，微扰的表现形式如图 3.13 的上方插图所示。在图 3.13 (a) 和 (b) (图 3.13 (c) 和 (d)) 中，微扰 $d = 1.5 \text{ cm}$ (2.5 cm) 约为两个相邻线圈之间平均距离的 17% (30%)。由于受拓扑保护，拓扑无线能量传输系统的传输效率明显较高并且其峰值的频移可忽略不计 (小于 0.5%)。相比之下，传统的多米诺骨牌形无线能量传输系统的传输效率峰值偏移较明显，且在固定工作频率下系统的传输效率急剧下降。这是由于引入微扰，工作谐振与其他谐振之间产生了不必要的耦合。此外，比较图 3.13 (a) 与 (c) (图 3.13 (b) 与 (d))，工作频率 (绿色虚线) 附近的最大传输效率随着微扰强度的增加而下降。该实验观察与前文理论分析结果 (图 3.5 (d)) 一致。

3.4.5 拓扑无线能量传输系统点亮灯泡实验结果

在本节中，作者利用上述拓扑无线能量传输系统为发光二极管 (Light-emitting diode, LED) 灯泡电路供电，以便通过 LED 的亮度直接观察拓扑无线能量传输系统的传输效率。如图 3.14 所示，LED 的亮度取决于移位 s 。在固定工作频率 12.78 MHz 下，当 s 从 2 mm 增加到 19 mm 时，LED 起初变得更亮，然后变暗。LED 在 $s = 11 \text{ mm}$ 时变得最亮，也就是前文所讨论的奇异点。一旦移位 s 增加或减少，灯泡亮度就会变暗，该现象与传输效率 (图 3.10 (c)) 吻合。

该实验测试设备图如图 3.15 (a) 所示，包括交流电源发生器，天线调谐器，LED 灯泡电路，两个线圈谐振器 (接收和负载谐振器) 和拓扑无线能量传输样品。详细的 LED 板电路如图 3.15 (b) 所示，包含一个 LED 灯泡、两个并联的电容以及一个桥式整流电路。

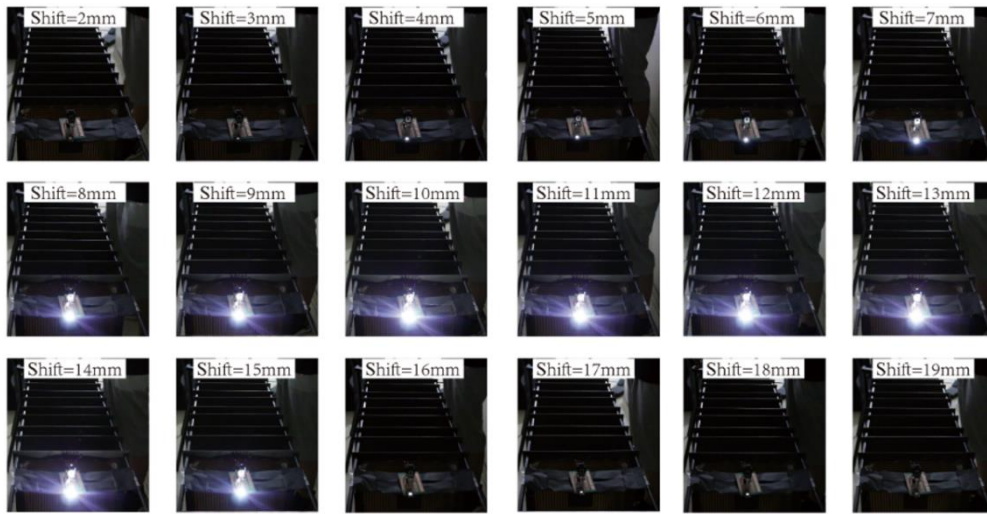


图 3.14 灯泡亮度与移位的关系。

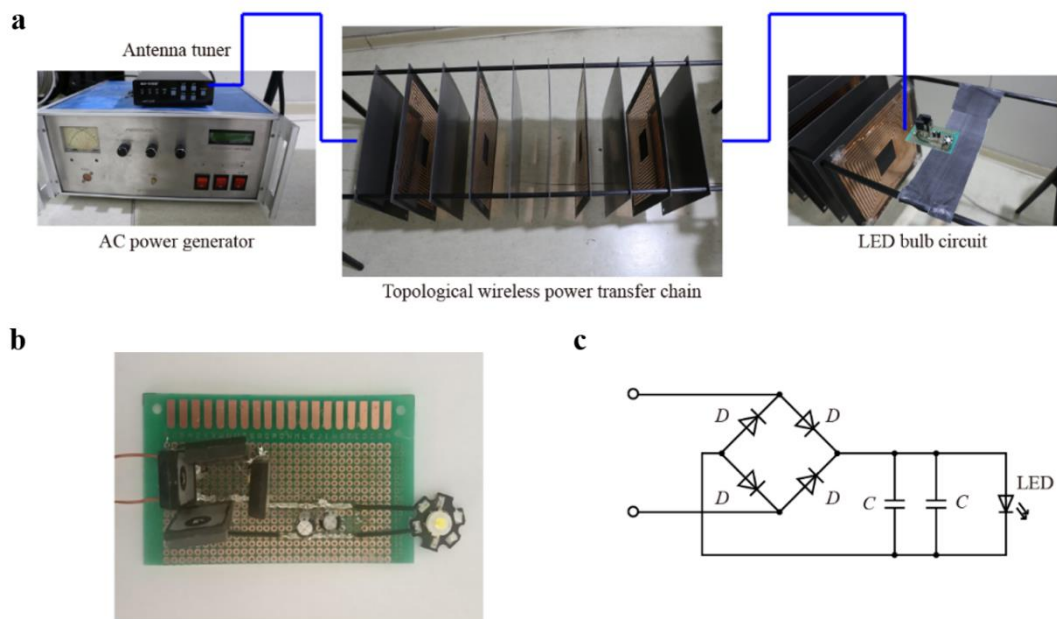


图 3.15 实验装置。(a) LED 灯泡供电的实验装置；(b) LED 电路板照片；(c) LED 电路板示意图，由四个二极管 (D)、两个电容 (C) 和一个 1W 的白色 LED 组成。

3.5 本章小结

本章通过实验证明了一个基于一维电磁拓扑绝缘体的远距离高效拓扑无线能量传输系统。作者通过合理设计该拓扑无线能量传输系统的线圈结构，以抑制非相邻线圈谐振器之间非必要的交叉耦合。该拓扑无线能量传输系统的两端增加了增益和损耗，可等效为宇称-时间对称的非厄米 SSH 模型。本章利用理论计算和实验结果证实该拓扑无线能量传输系统在拓扑边界态的奇异点处工作效率达到最高值。此外，由于边界态的拓扑特性，与传统的多米诺骨牌形无线能量传输系统相比，该拓扑无线能量传输系统对微扰的敏感性较低。由耦合模理论推导的哈密顿量理论方法理论上可应用于设计各种多线圈无线能量传输系统，这将有利于简化多中继无线能量传输系统的复杂数学计算过程。本章所研究的拓扑无线能量传输系统作为具有损耗和增益的一维拓扑绝缘体，可作为探索非厄米拓扑物理学的多功能实验平台。最后，该工作结合了无线能量传输、拓扑物理学和非厄米物理学的概念，为在电子、交通和工业领域实现拓扑可靠及高效的远距离无线能量传输应用铺平道路。

本章的相关工作已在 *Science Bulletin* 期刊上发表。

4 基底集成谷霍尔光学拓扑绝缘体

谷自由度为提高信息处理的容量和效率提供了新途径。由具有相反谷陈数谷霍尔光学拓扑绝缘体构成的畴壁处存在拓扑谷扭结态。目前,针对拓扑谷扭结态的实验研究引起了科研人员的广泛关注^[27,28,62,185,186]。然而,过去该领域相关的研究仅局限于 z 字形边界态。针对该问题,在本章中,作者实验操纵了可沿任意界面传输的谷扭结态。同时,在引入拐角及无序等缺陷情况下,作者实验测量拓扑谷扭结态的传输效率并验证其鲁棒性。利用谷扭结态的谷态锁定特性,作者实验实现了三个拓扑通道交叉器,其电磁波传输路径与交叉器的几何形状有关。

4.1 研究意义

在过去数十年中,拓扑电磁学引起了科研人员的广泛关注^[187-189]。在光学拓扑系统中存在各种边界态或表面态,它们均具有独特的物理现象,包括手性/螺旋边界传输^[12,18,19,102,190-193]、赝自旋动量锁定^[19,34]、拓扑保护折射^[27]以及费米弧表面态^[108,194,195]等。这些特性为电磁学带来前所未有的应用前景,如抑制反向散射的波导^[12]、拓扑延迟线^[17]、拓扑波分器^[19,62]和拓扑激光器^[19,62,196,197]等。

最近的研究发现了一类新的拓扑边界态,它存在于具有相反谷陈数的光学拓扑绝缘体组成的交界处,被称为拓扑谷扭结态^[27,28,62,185,186]。在电子^[63,104,105,198,199]、光子^[103]和弹性波^[200]系统中,拓扑谷扭结态已被证明存在于任意界面处,如 z 字形、扶手形以及 z 字形和扶手形界面的任意组合边界。由于体-边对应关系,拓扑谷扭结态的拓扑数由界面两边区域的谷陈数之差决定^[103,105]。在光子学中,可沿任意界面的谷传输具有许多潜在的应用价值,如拓扑马赫-泽恩德干涉仪^[103],高效的能量传输通道^[104],以及拓扑通道交叉器^[63,199,200]。然而,目前光学拓扑谷扭结态的实验研究仅限于 z 字形界面^[27,28,62,106],很大程度上限制了该方向的应用前景。

在本章中,作者在亚波长基底集成光子电路中的任意界面处实验研究了拓扑

谷扭结态。通过测量引入尖锐拐角和无序等结构中拓扑谷扭结态的传输来验证其鲁棒性。基于拓扑谷扭结态的谷态锁定特性，作者设计了拓扑通道交叉器，其电磁波传输路径由该交叉器的几何形状决定。此外，与以前研究的谷光子晶体^[27,62,106]相比，本章提出的谷光子晶体具有亚波长厚度和良好的自洽电屏蔽性，并可与传统的基底集成光学电路兼容^[201]。

4.2 基底集成谷霍尔光学拓扑绝缘体结构设计

如图 4.1 所示，本章所设计的光学拓扑绝缘体由放置在金属平行波导中的三角散射体组成。该平行波导中填充了相对介电常数为 2.4 的介质。该散射体按六边形晶格排列，晶格常数为 $a = 10.4 \text{ mm}$ 。每个散射体均由三个直径 $d_0 = 0.8 \text{ mm}$ ，高度 $h = 3.2 \text{ mm}$ 的通孔以及顶部边长 $l = 5.2 \text{ mm}$ 的三角形铜片组成。该散射体可被旋转任意角度 θ 。散射体和金属波导的上平面间存在间隙 $g_0 = 0.25 \text{ mm}$ 。在实验中，上述结构可由两个印刷电路板组成：顶部印刷电路板表面覆盖一层薄铜，三角铜片和通孔被加工在底部印刷电路板。最后，用粘合剂将底部印刷电路板与顶部印刷电路板固定（如图 4.1 (a) 所示）。与以往研究的谷光子晶体^[27,62,106]相比，本结构仅有亚波长厚度 (0.245λ ， λ 为介质材料的波长) 并表现出优秀的电磁屏蔽性能，可与标准的基底集成波导电路完全兼容。

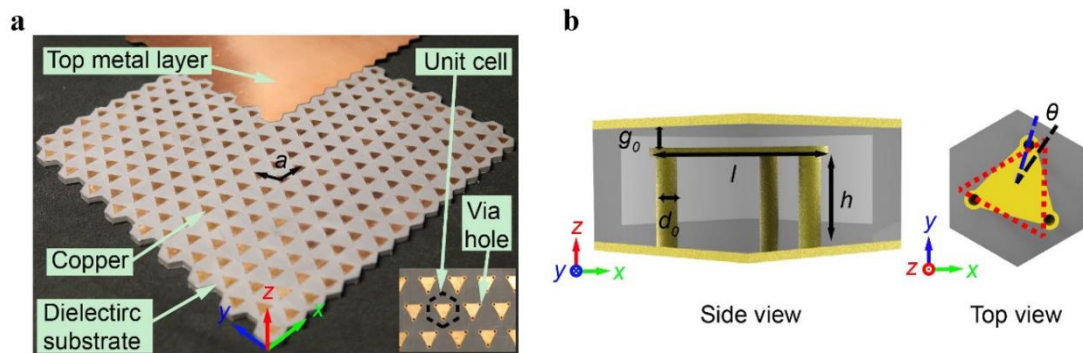


图 4.1 具有亚波长厚度的基底集成谷光子晶体。(a) 实验样品图；(b) 旋转角度为 15° 时单元的侧视图和俯视图。顶视图展示了移除顶部印刷电路板的样品。在顶视图中，红色虚线三角形表示旋转角度为 0° 的三角散射体。黑色和蓝色虚线之间的角度表示旋转角度 θ 。黄色区域代表理想电导体，灰色区域代表介质基板。

4.3 基底集成谷霍尔光学拓扑绝缘体理论分析

在本节中，作者首先研究了所设计单元结构的能带结构；其次，理论计算该结构的拓扑不变量；再次，基于上述结构组成的边界，分析边界处的拓扑谷扭结态；进一步，理论分析该谷扭结态与空气波导的外耦合；最后，研究该结构中谷扭结态的传输损耗。

4.3.1 能带理论分析

散射体和金属波导的上平面间存在间隙 $g_0 = 0.25 \text{ mm}$ ，该间隙决定了带隙的大小。如图 4.2 (a) 所示，当散射体旋转角度为 30° 时，若间隙 g_0 的尺寸从 0.1 mm 增加到 2.1 mm ，带隙的大小随间隙 g_0 的增加而减小。当旋转角 $\theta = 0^\circ$ ，在第一布里渊区的 \mathbf{K} 和 \mathbf{K}' 点处存在一对狄拉克点，频率为 14.39 GHz (如图 4.2 (c) 所示)。随着旋转角度 θ 的变化，光子晶体的对称性由 C_{3v} 降低到 C_3 。此时，这对狄拉克点开始分离从而产生一个光子带隙。该带隙由旋转角度 θ 控制。如图 4.2 (c) 所示，当 $\theta = 30^\circ$ 时，光子带隙出现在 13.43 GHz 到 15.12 GHz 之间。如图 4.2 (e) 所示， \mathbf{K} 和 \mathbf{K}' 点处两条能带的场图表明坡印廷矢量与光子谷赝自旋有关。

\mathbf{K} 谷周围的能带拓扑可由有效质量狄拉克哈密顿量描述^[25,27,62,106]。此时， \mathbf{K} 谷的哈密顿量为：

$$H_{\mathbf{K}} = v(q_x \sigma_x + q_y \sigma_y) + m \sigma_z. \quad (4.1)$$

其中， $\sigma_z = \pm 1$ 分别代表 φ_+ 和 φ_- 态，它们具有相反的谷值， $\vec{q} = (q_x, q_y)$ 表示 \mathbf{K} 点的波矢， m 是与带隙大小相关的有效质量项。由于该系统存在时间反演对称性， \mathbf{K}' 点周围的能带拓扑与上述 \mathbf{K} 点周围的能带拓扑恰好相反，即 $H_{\mathbf{K}'} = -H_{\mathbf{K}}$ 。上述哈密顿量表明 \mathbf{K} 和 \mathbf{K}' 点周围具有非平庸的贝利曲率。对 \mathbf{K} (\mathbf{K}') 谷周围的贝利曲率进行积分，可得到半整数谷陈数 $C_{\mathbf{K}} = \text{sgn}(m)/2$ ^[25,27,62,106]。

旋转角度 θ 控制狄拉克质量 m 和相应的谷陈数，如图 4.2 (d) 所示。当 θ 越过 60° 的整倍数时，光子能带结构会发生相变。在由具有相反谷陈数区域组成的

界面上， \mathbf{K} 和 \mathbf{K}' 谷的谷陈数之差分别为 $\Delta C_K = \text{sgn}(m) = \pm 1$ 。根据体-边对应关系 [25,27,103,105,198]，该差异将导致谷极化拓扑扭结态的产生。

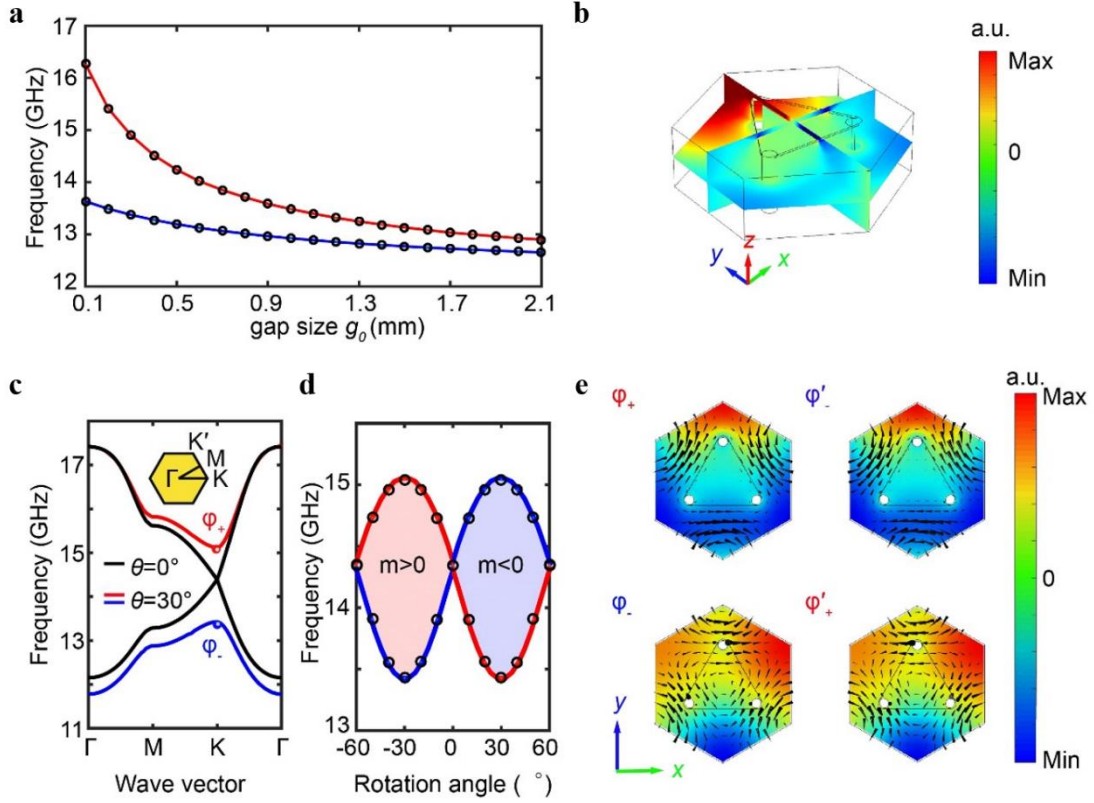


图 4.2 基底集成谷光子晶体仿真结果。(a) 光子带隙与间隙 g_0 的关系；(b) \mathbf{K} 点处本征态的三维仿真场分布；(c) 旋转角度为 0° (黑色曲线) 和 30° (彩色曲线) 时谷光子晶体的能带；(d) 能带边界以及 \mathbf{K} 谷的有效狄拉克质量项与旋转角度 θ 的关系；(e) \mathbf{K} 点 (φ_+ 和 φ_-) 和 \mathbf{K}' 点 (φ'_+ 和 φ'_-) 处能带边界位置本征态的场分布。黑色箭头表示每个态下坡印廷矢量分布。

4.3.2 拓扑不变量理论分析

拓扑不变量 (谷陈数) 可通过对 \mathbf{K} (\mathbf{K}') 谷附近的贝利曲率的积分得到，其表达式为：

$$C = \frac{1}{2\pi} \oint \Omega \cdot ds. \quad (4.2)$$

其相应的贝利曲率为：

$$\Omega = \nabla_k \times \vec{A}(k). \quad (4.3)$$

其中, $\nabla_k = (\partial_{k_x}, \partial_{k_y})$, $\vec{A}(k) = -i \langle u(k) | \nabla_k | u(k) \rangle$ 代表贝利联络。归一化的布洛赫波函数 $u(k)$ 可以利用全波数值有限元求解器 COMSOL Multiphysics (RF 模块) 计算。图 4.3 展示了第一和第二能带分别在 \mathbf{K} 和 \mathbf{K}' 点处数值计算的贝利曲率。对 \mathbf{K} 和 \mathbf{K}' 谷周围的贝利曲率进行积分可得到半整数谷陈数: \mathbf{K} 谷的谷陈数为 $C_k = 1/2$, \mathbf{K}' 谷的谷陈数为 $C_{k'} = -1/2$ 。

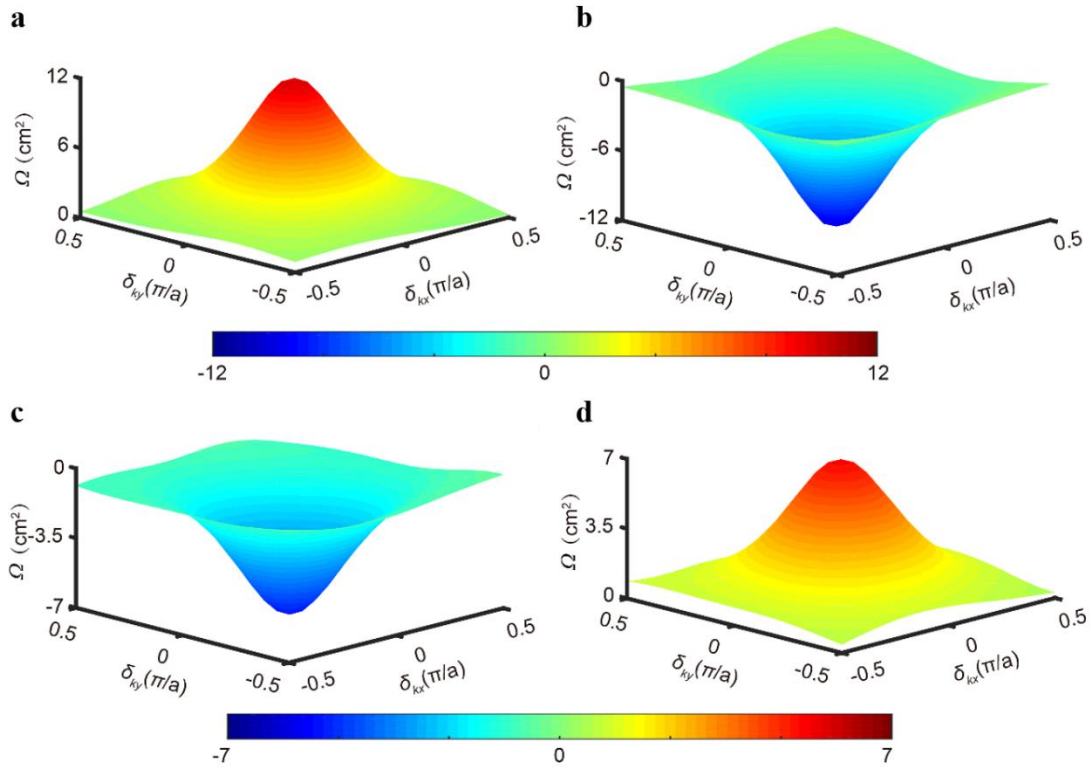


图 4.3 数值计算谷光子晶体的贝利曲率。(a), (b) \mathbf{K} 和 \mathbf{K}' 点周围的第一条能带的贝利曲率; (c), (d) \mathbf{K} 和 \mathbf{K}' 点周围的第二条能带的贝利曲率。

4.3.3 边界态理论分析

作者进一步分析由不同谷陈数谷霍尔光学拓扑绝缘体组成的边界处拓扑谷扭结态的特性。在本节中, 作者主要考虑两种典型边界。如图 4.4 所示, 第一类是 z 字形边界^[27,62,106]。该边界上存在具有两种不同空间对称性的谷扭结态: 镜面

对称（图 4.4 (a)）和反对称（图 4.4 (b)）。如图 4.4 (c) 所示，其能带结构表明属于不同谷的拓扑扭结态的传播方向完全相反，表现出谷锁手性。

如图 4.4 (d) 和 4.4 (e) 所示，第二类是扶手椅形边界。这对扭结态被束缚在不同的谷上，并以相反的方向沿边界传播^[103,105]。在这对扭结态的交叉点处（即 $k=0$ ）出现了一个可避免交叉的极小带隙。该带隙类似于具有 C_6 对称性光学拓扑绝缘体中边界态的微小带隙^[18,190]。

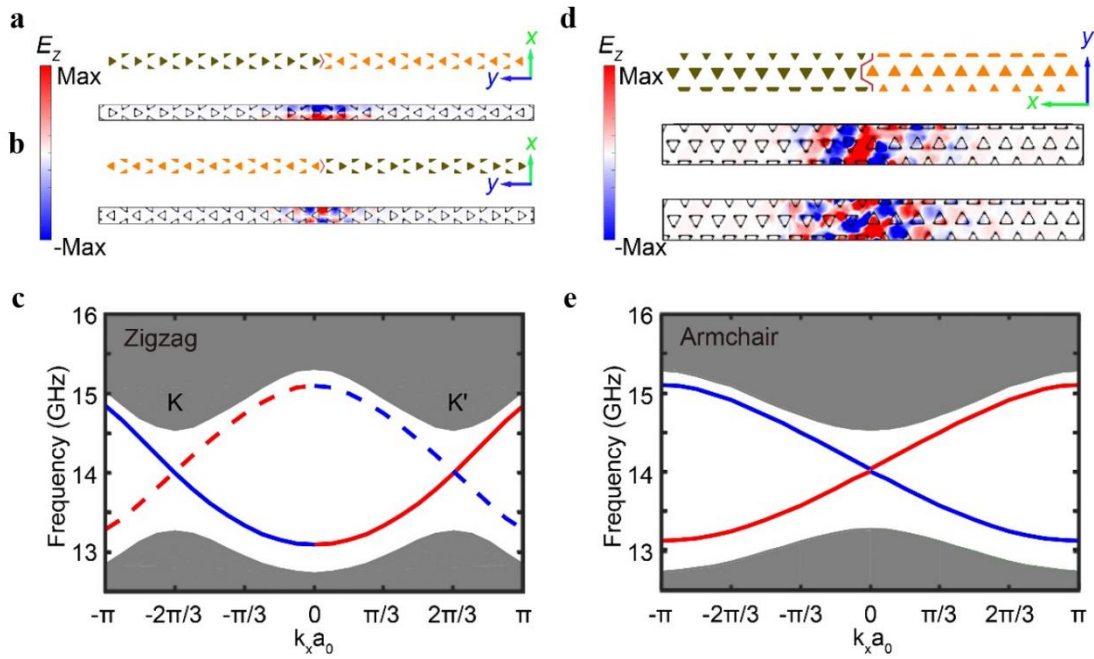


图 4.4 在 z 字形和扶手椅形界面拓扑谷扭结态。(a), (b) 由旋转角度相反的谷光子晶体形成的 z 字形界面。彩色剖面图代表了 K' 点处谷扭结态的电场分布；(c) z 字形界面的能带结构。灰色区域、虚线和实线分别代表体态、界面处谷扭结态的色散分布。红色和蓝色曲线分别表示向前和向后传播的谷扭结态；(d) 由旋转角度相反的谷光子晶体形成的扶手椅形界面。彩色剖面图表示在 K (上方) 和 K' (下方) 谷处拓扑扭结态的电场分布；(e) 扶手椅形界面的能带结构。灰色区域表示体态，红色（蓝色）曲线代表正（负）群速度的谷扭结态。

4.3.4 拓扑谷扭结态理论分析

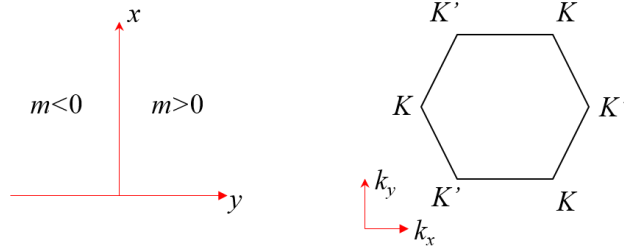
当两种有效质量项相反的二维谷光子晶体拼接构成边界时，该边界为狄拉克质量畴壁。根据 Jackiw-Rebbi 理论，在边界处存在一个“孤子态”，从而导致了沿边界传播的无间隙拓扑谷扭结态^[202]。作者将分别对每种边界的拓扑扭结态进行阐

述。

首先是 Zigzag 边界。对于沿 x 方向是周期并沿 y 方向是有限的 z 字形边界，波矢 q_x 是一个好量子数，而 q_y 应被 $-i\partial_y$ 算子代替。此时， K 点周围的哈密顿量可表示为：

$$H_K = \hbar v (q_x \sigma_x + q_y \sigma_y) + \hbar m \sigma_z. \quad (4.4)$$

如果边界有以下的几何形状，



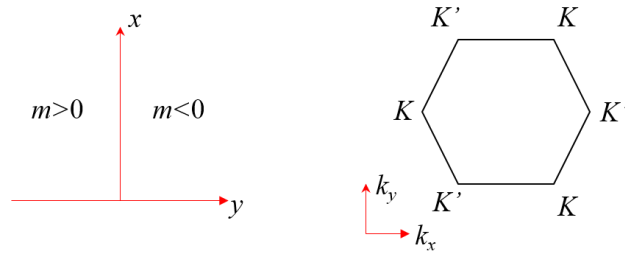
那么该扭结态的解为：

$$\psi_I(\mathbf{K}) \propto e^{iq_x x} e^{-\frac{1}{v} \int_0^y dy m(y)} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

其相应的能谱为：

$$E_I(\mathbf{K}) = -\hbar v q_x. \quad (4.6)$$

如果边界具有如下所示的另一种几何形状，



那么该扭结态的解为：

$$\psi_{II}(\mathbf{K}) \propto e^{iq_x x} e^{-\frac{1}{v} \int_0^y dy m(y)} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

此时，相应的能谱为：

$$E_{II}(\mathbf{K}) = \hbar v q_x. \quad (4.8)$$

对于 \mathbf{K}' 点周围的哈密顿量可表示为：

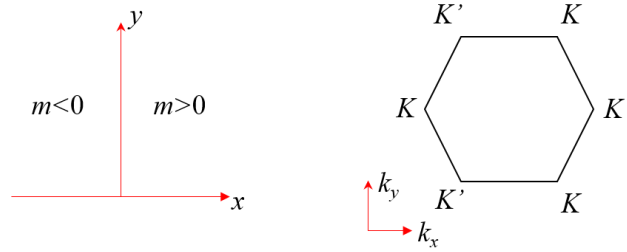
$$\mathbf{H}_{\mathbf{K}'} = \hbar v (-q_x \sigma_x - q_y \sigma_y) - \hbar m \sigma_z. \quad (4.9)$$

此时，上述解将存在相反的能谱：

$$E_I(\mathbf{K}') = \hbar v q_x, E_{II}(\mathbf{K}') = -\hbar v q_x. \quad (4.10)$$

进一步，作者讨论扶手椅形边界。对于沿 y 方向是周期且沿 x 方向是有限的扶手椅形边界，波矢 q_y 是一个好量子数，而 q_x 则被 $-i\partial_x$ 算子所代替。

此时，对于以下的几何形状。



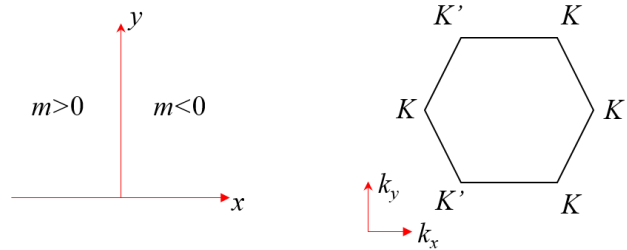
\mathbf{K} 谷的拓扑谷扭结态有如下解：

$$\psi_I(\mathbf{K}) \propto e^{iq_y y} e^{\frac{1}{v} \int_0^x dx' m(x')} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}. \quad (4.11)$$

拓扑谷扭结态的能谱为：

$$E_{III}(\mathbf{K}) = -\hbar v q_y. \quad (4.12)$$

如果边界具有如下所示的另一种几何结构。



那么该扭结态的解为：

$$\psi_{IV}(\mathbf{K}) \propto e^{iq_y y} e^{-\frac{1}{v} \int_0^x dx' m(x')} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}. \quad (4.13)$$

此时，相应的能谱为：

$$E_{IV}(\mathbf{K}) = -\hbar v q_y. \quad (4.14)$$

对于 \mathbf{K}' 点周围的哈密顿量，上述解将表现出相反的能谱：

$$E_{III}(\mathbf{K}') = -\hbar v q_y, E_{IV}(\mathbf{K}') = \hbar v q_y. \quad (4.15)$$

最后，作者考虑沿任意边界传输的拓扑谷扭结态。为了证明本章所设计的谷光子晶体中谷扭结态可存在于任意边界处，作者研究了复杂的 z 字形边界（如图 4.5 (a) - (b) 所示）和复杂的扶手椅形边界（图 4.5 (c) - (d)）。可看到在每种边界处都存在一对拓扑谷扭结态。同时，在每种情况下，两个能带的交点处均存在一个微小的间隙，这在目前的尺度下几乎是不可见的。

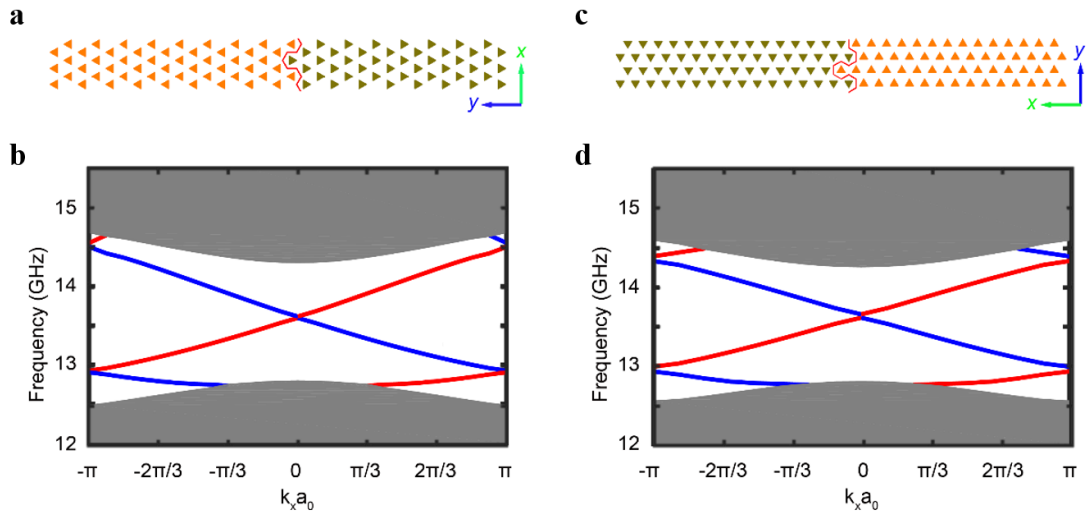


图 4.5 两种复杂边界仿真结果。(a), (b) 复杂 z 字形界面的示意图和能带结构；(c), (d) 复杂的扶手椅形界面的示意图和能带结构。灰色区域表示体态，红色/蓝色曲线代表两种不同的拓扑谷扭结态。

4.3.5 谷扭结态与空气波导的外耦合理论分析

在本节中，作者利用时域仿真对谷扭结态与空气波导之间的外耦合进行分析。如图 4.6 所示，本部分主要研究了八种结构，包括四种 z 字形和四种扶手椅形终端。

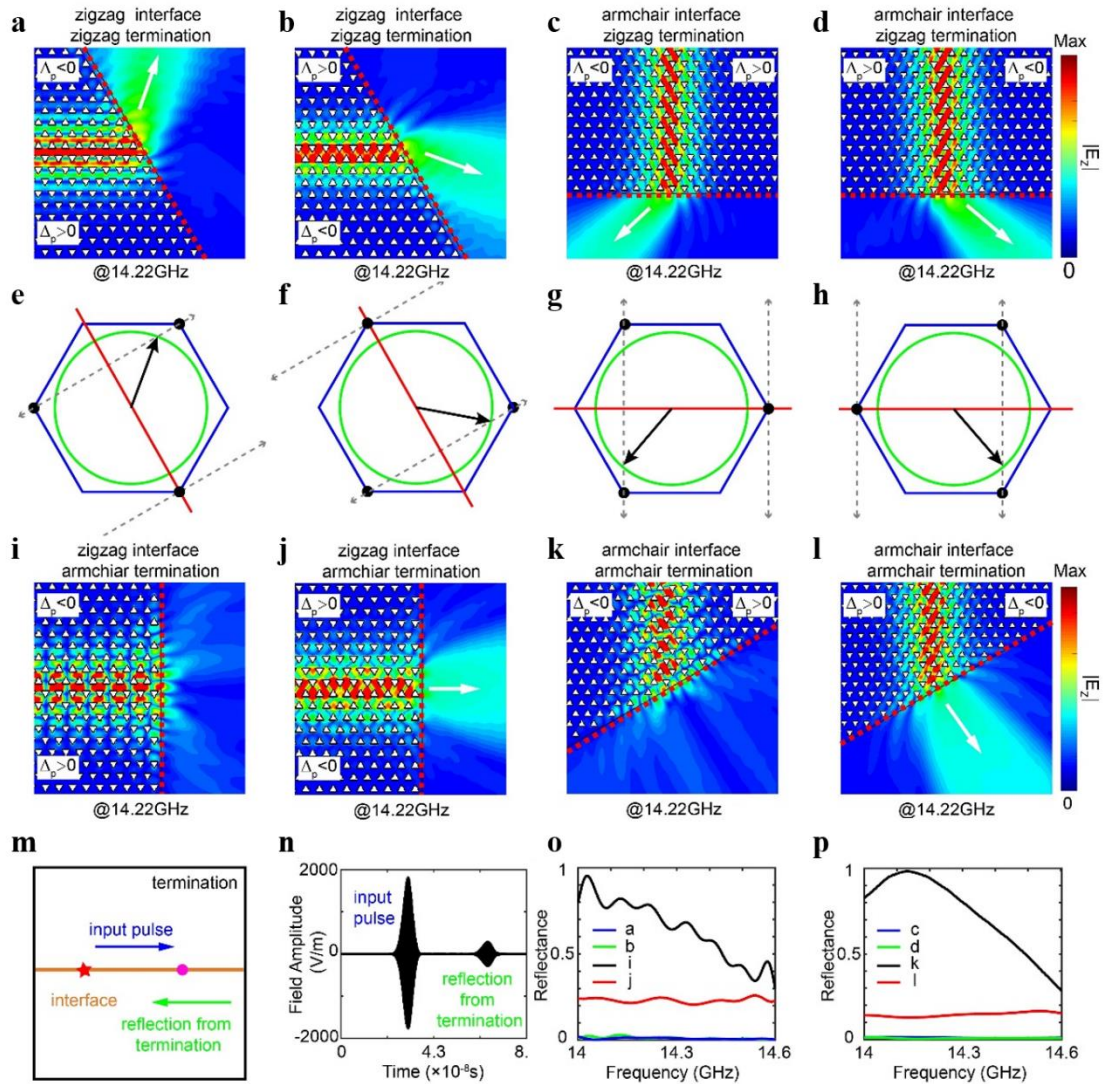


图 4.6 谷扭结态与空气波导的外耦合。(a) - (d) 在 z 字形终端处，谷光子晶体中谷扭结态耦合到空气波导的情况。红色虚线代表终端。白色箭头表示外耦合波束的方向；(e) - (h) 动量空间分析外耦合。绿圈代表空气波导的色散。蓝色六边形代表谷光子晶体布里渊区。红线表示终端。黑色箭头表示外耦合波束的方向；(i) - (l) 在扶手椅形终端，谷光子晶体中谷扭结态耦合到空气波导的情况；(m) 仿真示意图，激励源被放置在红星位置处，探针被放置在平红色点处；(n) 记录的信号与时间之间关系；(o), (p) 仿真计算上述所有情况的反射率。

如图 4.6 (a) - (d) 和图 4.6 (o) - (p) 所示，在 z 字形终端处，由于该结构抑制了谷间散射，其反射可忽略不计。作者通过边界连续性条件理论解释了谷

扭结态耦合到空气波导的情况（见图 4.6 (e) - (h)）。与 z 字形畴壁相同，电磁波沿扶手椅形畴壁从谷光子晶体折射到空气波导仍表现出具有谷动量锁定特性（图 4.6 (c) - (d)）。与 z 字形终端相比，扶手椅终端处产生了强烈的反射现象（图 4.6 (i) - (l), (o) - (p)）。

4.3.6 传输损耗理论分析

由于本工作所用的介质基板具有损耗，所以实际测量到的传输损耗主要是由基底的吸收损耗产生。在本节中，作者分别对沿 z 字形和扶手椅形边界传输的扭结态的传输损耗进行数值研究。此时，该介质材料的相对介电常数为 2.4，损耗正切为 0.001。

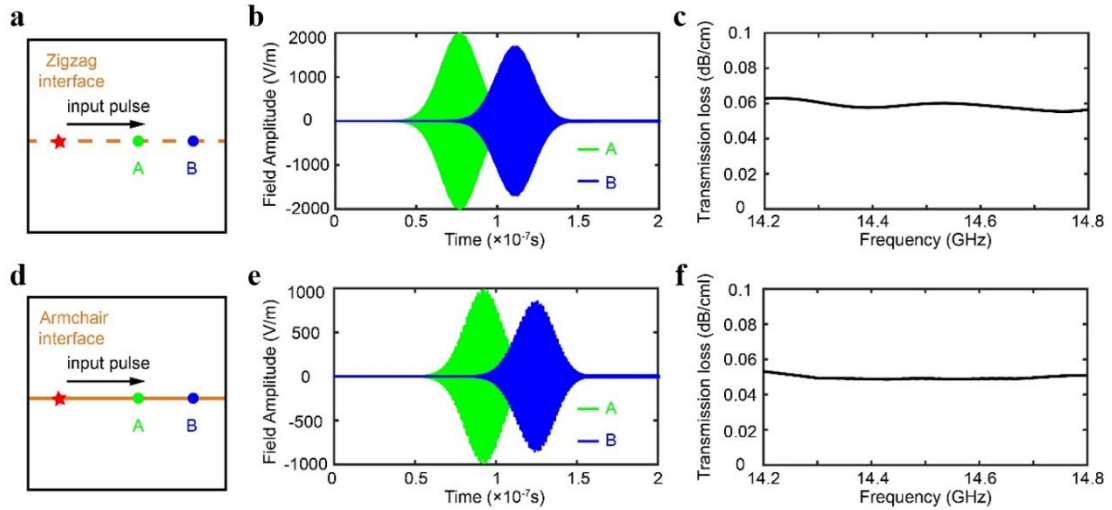


图 4.7 拓扑谷扭结态的传输损耗。(a), (d) z 字形和扶手椅形边界的仿真示意图。红星代表激发源，在探针 A（绿点）和 B（蓝点）处监测平面外的电场；(b), (e) 在 A 点和 B 点探测的 z 字形和扶手椅形界面的信号与时间的关系；(c), (f) z 字形和扶手椅形界面的传输损耗。

每个单元的传输损耗 (α) 可定义为：

$$\alpha = -\frac{10}{L} \lg \frac{P_{out}}{P_{in}}. \quad (4.16)$$

其中 L 是两个探针之间的距离， P_{in} 是输入功率， P_{out} 是输出功率。

如图 4.7 (a) 所示, 源被放置在红星处, 两个探针分别放置于 A 和 B 点以记录电场 E_z 随时间变化的情况。两个探针之间的距离为 20 个单元长度。两个探针的记录信号如图 4.7 (b) 所示。随后, 作者应用傅里叶变换获得相应的频率谱。根据式 (4.16), 可计算 z 字形界面的传输损耗, 如图 4.7 (c) 所示。沿扶手椅形界面传输的谷扭结态的传输损耗也可用同样的方法得到, 如图 4.7 (d) - (f) 所示。由此可见, 本工作中传输损耗非常低。

4.4 基底集成谷霍尔光学拓扑绝缘体实验结果

在本节中, 作者首先在拓扑界面处引入弯曲拐角, 仿真并实验验证该谷扭结态在弯曲拐角界面传输具有鲁棒性; 其次, 作者在拓扑界面附近引入无序, 仿真并实验验证了该谷扭结态对结构中的无序具有鲁棒性; 最后, 作者基于谷扭结态的谷态锁定手性, 设计并实验验证了拓扑通道交叉器。

4.4.1 引入弯曲拐角结构实验结果

众所周知, 在传统光子晶体波导中, 电磁波通过弯曲拐角传播时会产生相当大的散射损耗。与此相反, 本节中的实验和仿真结果表明, 谷扭结态具有鲁棒的传输性能: 沿拓扑界面传播的电磁波可绕过弯曲拐角传输, 同时其反向散射可忽略不计 (图 4.8)。在本节所设计的光子晶体中, z 字形和扶手形边界处均观察到了上述鲁棒性传输 (图 4.8 (a)、(b)、(d) 和 (e))。作者进一步证明 z 字形和扶手椅形边界相连结构中亦可存在拓扑谷扭结态 (图 4.8 (c) 和 (f))。如图 4.8 (g) 和 (h) 所示, 作者实验测量了上述三个样品的传输系数。在这三种结构中都可观察到谷传输具有极高的传输效率, 而体态的传输效率则相对较低。由于扶手椅形边界处谷扭结态的色散间隙非常小, 所以在实验中并没有观察到扶手椅形边界态传输谱中存在明显的低谷。可见, 在带隙内波沿不同弯曲界面传输后的效率接近于波沿直界面传输的效率。该现象表明谷扭结态的反向散射基本被抑制, 并且该传输具有鲁棒性 (图 4.8 (g))。

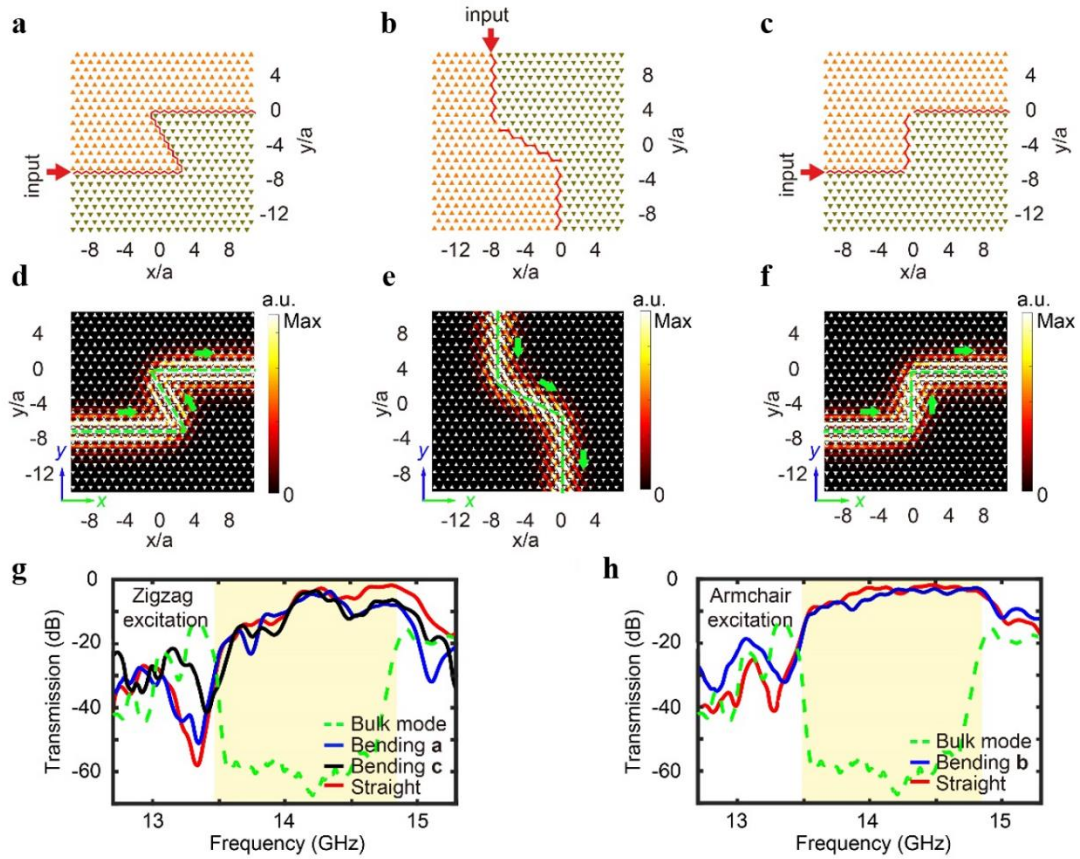


图 4.8 弯曲拐角结构中谷扭结态鲁棒性传输的实验证明。(a) - (f) 具有弯曲拐角的拓扑边界示意图及仿真电场强度分布。拓扑边界的弯曲角度分别为 120° 、 60° 和 90° ，包括 z 字形、扶手椅形以及 z 字形和扶手椅形组合的边界。红色曲线代表边界。橙色/绿色三角形代表具有正/负旋转角的散射体；(g)，(h) 实验测量弯曲界面、直界面（红色曲线）和体态（绿色曲线）的传输系数。黄色区域表示带隙。

作者进一步测量了经过弯曲拐角结构传输后输出端附近谷扭结态的电磁场强度。在工作频率 14.22 GHz 下，作者沿上述三种界面和空气的边界处测量了输出端场强 E_z 。如图 4.9 所示，能量基本被限制在畴壁周围，并急剧地衰减到体内。此时，所有的实验结果都以相应的最大值归一化。

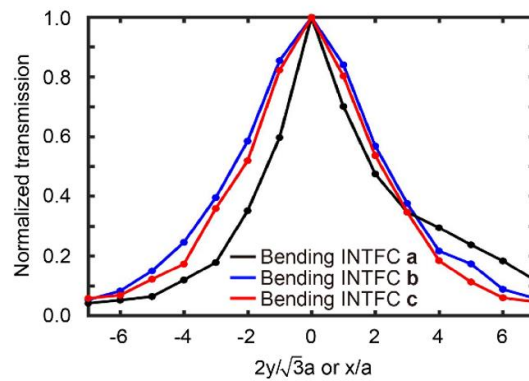


图 4.9 弯曲拐角结构边界输出端电场 E_z 场强分布的实验结果。

4.4.2 引入无序结构实验结果

本节通过在畴壁周围的谷光子晶体中引入无序进一步证实拓扑谷扭结态的鲁棒性传输。如图 4.10 所示，谷扭结态对随机放置的无序结构（例如，翻转三角散射体的旋转角度）仍具有鲁棒性。无论是否存在无序，谷光子晶体中的传输效率均非常接近。图 4.10 (d) 和 (e) 中的电场分布显示了谷扭结态的能量传输过程：“总线”波导中的扭结态耦合到无序结构产生的腔中，并被束缚在腔中，经过一段时间后最终耦合回“总线”波导。在该过程中可忽略反向散射，这是由于在无序引起的腔中，属于不同谷的模式场在负值和正值之间变化并重叠，而且上述变化会相互抵消^[25]。

作者进一步测量了引入无序边界结构中谷扭结态在输出端附近的电磁场强度。在 14.22 GHz 时，沿着上述两种界面和空气之间的边界测量了输出端场强 E_z 。如图 4.11 所示，能量基本被限制在畴壁周围，并急剧地衰减到体内。此时，所有的实验结果都以相应的最大值归一化。

此外，作者通过引入不同类型的无序来验证谷扭结态对不同种类无序的鲁棒性。与量子霍尔光学拓扑绝缘体中边界态对任意无序都具有鲁棒性不同，谷扭结态只对某些类型的无序鲁棒。本部分主要介绍三种引入无序的方法：调整 (i) 散射体的数量 (ii) 散射体的旋转角度和 (iii) 散射体的尺寸。如图 4.12 (a) 所示，作者增加部分散射体的数量。如图 4.12 (b) 所示，作者随机将部分散射体旋转

$\theta = -10^\circ$ ，标记为红色三角形。如图 4.12 (c) 所示，作者通过将三角形图案的边长从 5.2 mm 增加到 6.93 mm，从而改变单元格的大小。通过观察场分布 (图 4.12 (d) - (f))，谷扭结态对上述类型的无序均具有鲁棒性。

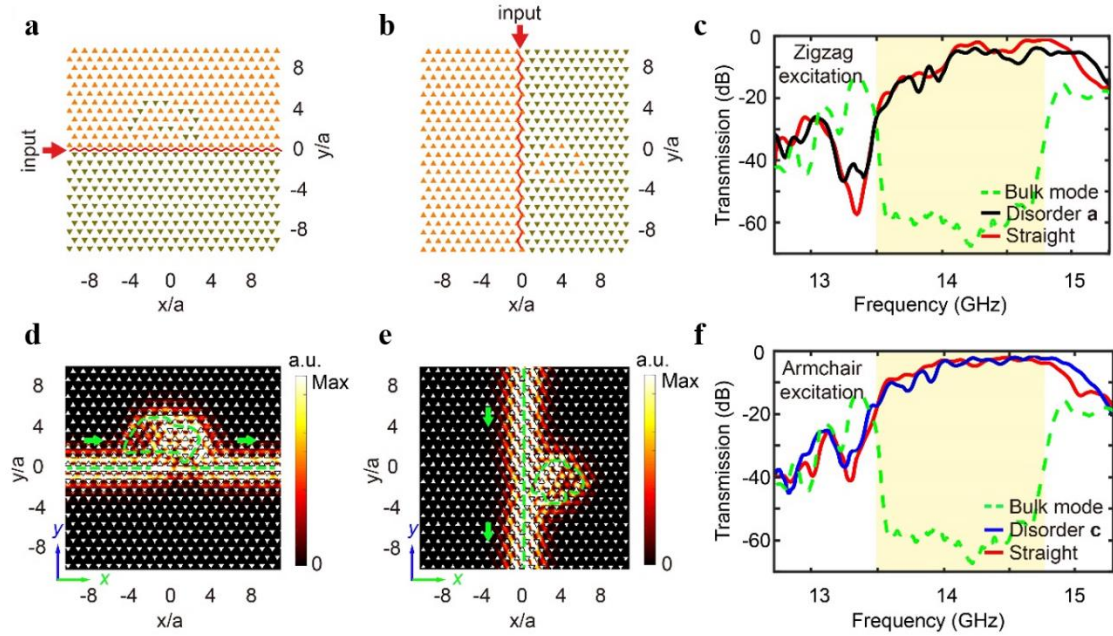


图 4.10 无序结构中谷扭结态鲁棒性传输的实验证明。(a)，(b)，(d)，(e) 引入无序后 z 字形和扶手椅形拓扑边界示意图及仿真电场强度分布。红色曲线代表边界。橙色/绿色三角形代表具有正/负旋转角度的散射体；(c)，(f) 实验测量的引入无序结构、直通界面 (红色曲线) 和体态 (绿色曲线) 的传输效率。黄色区域代表带隙。

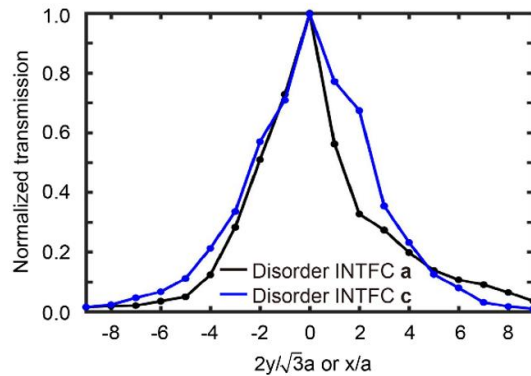


图 4.11 无序结构中边界输出端的电场 E_z 场分布实验结果。

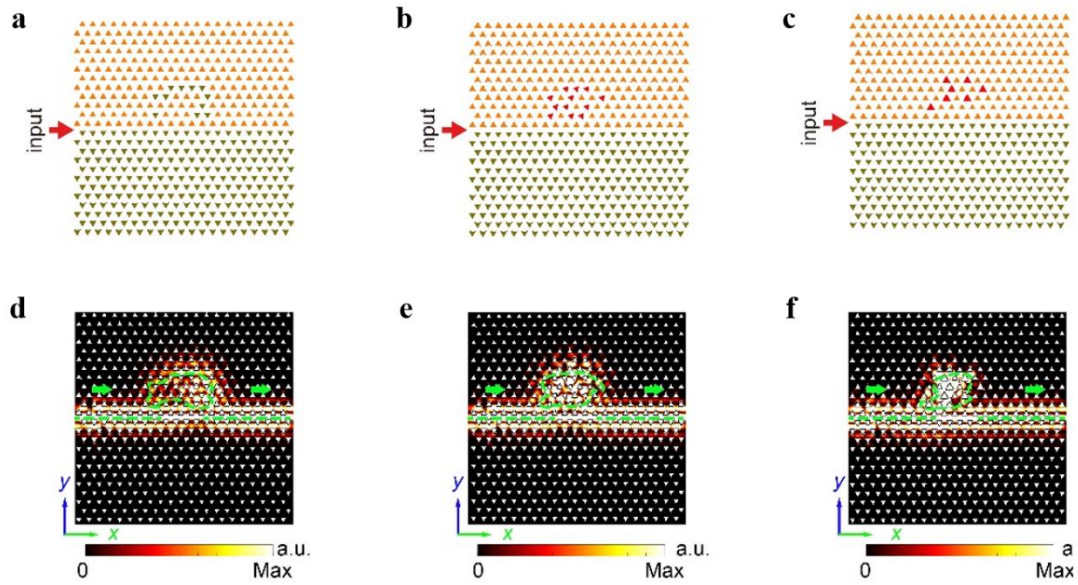


图 4.12 拓扑谷扭结态对不同种类无序的鲁棒性。(a) – (f) 具有不同种类无序界面的示意图及相应的仿真 E_z 场分布。橙色/绿色三角形代表具有正/负旋转角度的散射体。绿线代表能流。

4.4.3 拓扑通道交叉器实验结果

最后，基于任意界面的谷扭结态，作者实验实现了几何形状依赖的光学拓扑通道交叉器，其能量传输路径与该交叉器的几何形状有关^[63,199,200]。在本节中，作者设计了三种不同类型的通道交叉器（图 4.13 (a) – (c)）。第一个拓扑通道交叉器仅由 z 字形边界组成，如图 4.13 (a) 所示。红色和蓝色箭头分别表示属于不同谷的谷极化拓扑扭结态。在该器件中，电磁波只可沿具有相同谷自由度的路径传输。从仿真结果（图 4.13 (d), (e)）可观察到，在端口 1（端口 2）处发射的谷扭结态只可沿路径 2 和路径 4（路径 1 和路径 3）传输，并不能沿路径 3（路径 4）传输。该现象可通过谷扭结态解释：由于路径 1 和 3 处的拓扑扭结态具有不同的谷赭自旋，当 K 谷处的扭结态从端口 1 被激发时，它并不能耦合到路径 3。然而，由于路径 1、2 和 4 具有相同的谷赭自旋，上述扭结态可耦合到路径 2 和 4。

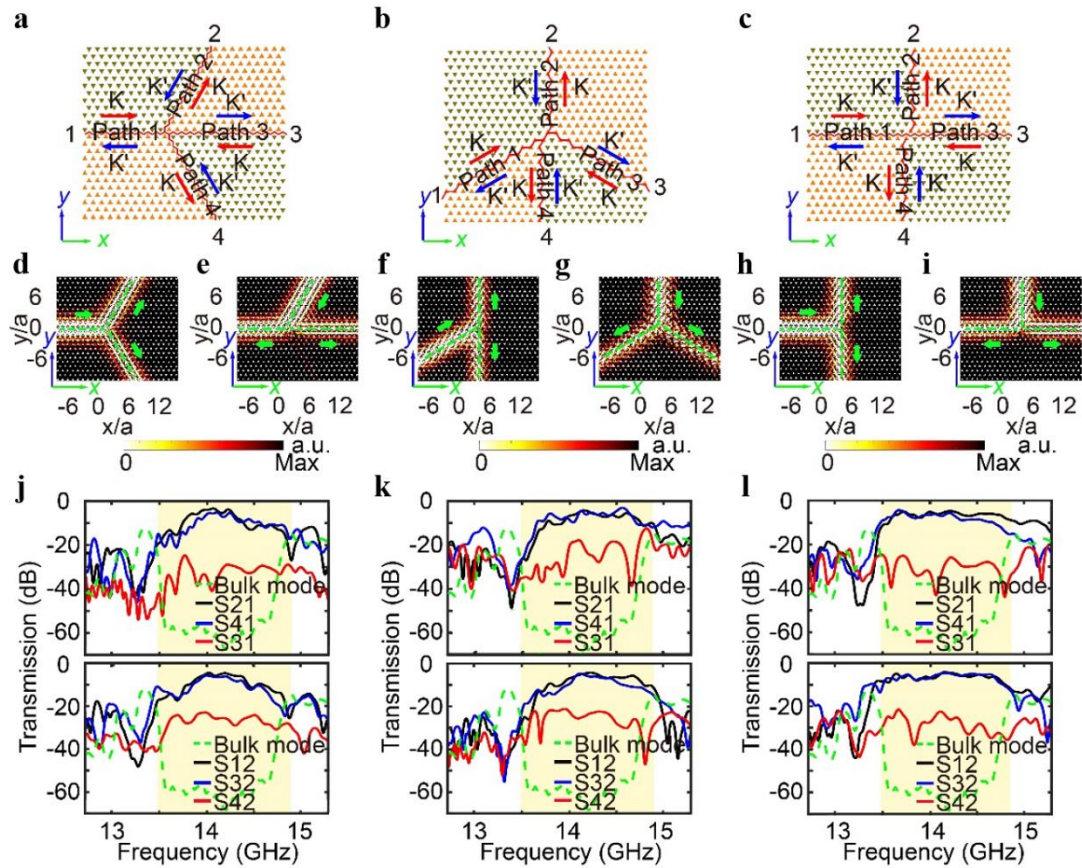


图 4.13 几何依赖拓扑通道交叉器的实验结果。(a) - (c) 拓扑通道交叉器示意图。橙色/红色三角形代表具有正/负旋转角度的散射体。红色和蓝色箭头代表在 K 和 K' 谷扭结态的传输方向；(d) - (i) 在端口 1 和端口 2 分别放置点源时仿真的 E_z 场强分布。绿线代表能流；(j) - (l) 源放置在端口 1 和端口 2 时，测量的归一化传输系数。实线代表谷扭结态的传输系数，虚线表示体态的传输系数。黄色区域表示带隙。

进一步，作者对上述器件进行了实验测量。在实验中，源被放置在端口 1（端口 2），探测天线被放置在其他三个输出端，从而测量属于 K (K') 谷的拓扑扭结态。如图 4.13 (j) 所示，在光子带隙内，传输系数 S_{21} 和 S_{41} 远高于 S_{31} （见上方图），而传输系数 S_{12} 和 S_{32} 远高于 S_{42} （见下方图）。在扶手椅形边界组成的通道交叉器（图 4.13 (b)、(f) - (g) 和 (k)）和由 z 字形及扶手椅形边界组成的通道交叉器（图 4.13 (c)、(h) - (i) 和 (l)）中也观察到类似的现象。上述观察结果均证实谷自由度与每个通道中拓扑谷扭结态的传输有关，该通道交叉器的能量传

输与其几何形状直接相关。由于激励源和拓扑边界之间的阻抗和模式不匹配，实验测量的平均传输效率低于 3 dB。为了进一步提高传输效率，可在激励源和拓扑边界之间设计平滑的过渡结构，具体参考表面等离子激元耦合器^[203]等设计方案。

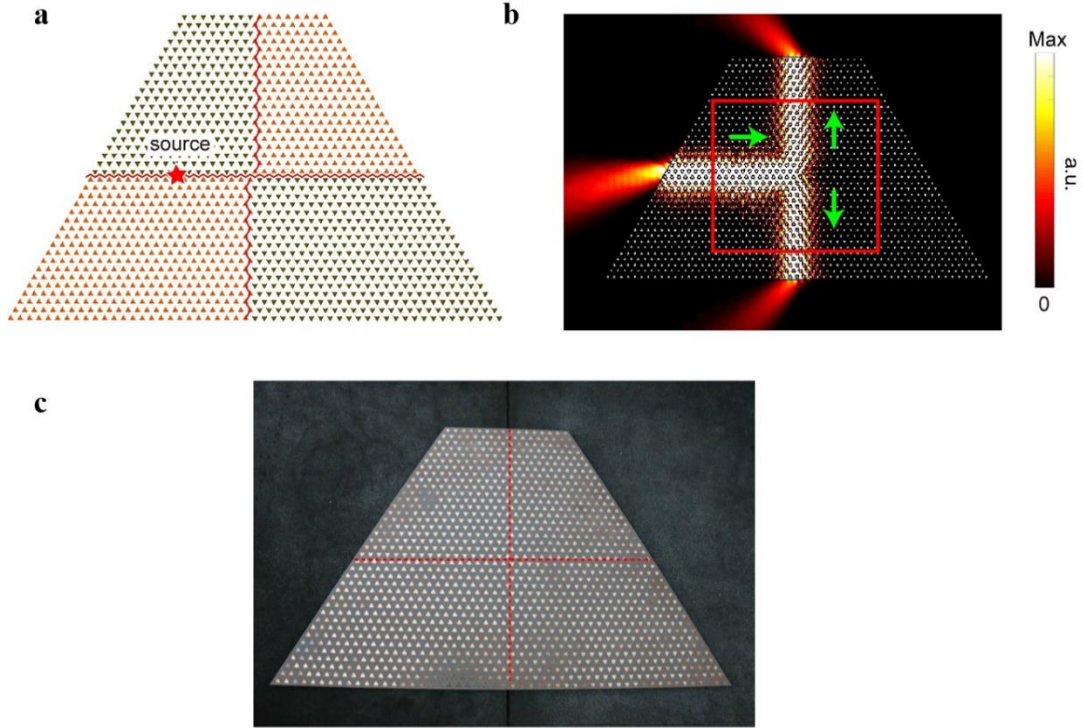


图 4.14 仿真及实验样品。(a) 仿真样品示意图；(b) 仿真电场分布结果；(c) 实验样品照片。顶部的印刷电路板被移除。

根据前文所述，在 z 字形终端处谷扭结态的反射可忽略不计，而在扶手形终端处的其反射却相当大。因此，在本章的仿真和实验中，所有边界的终端都被设计为 z 字形，以抑制产生反射。图 4.14 展示了用于仿真和实验的一个样品。

4.5 本章小结

本章理论证明并实验操控了在亚波长基底集成光子电路中任意边界处的拓扑谷扭结态。该谷扭结态对某些类型的无序和尖锐拐角具有鲁棒性。基于谷扭结态的谷态锁定特性，作者实现了拓扑通道交叉器，其光子传输路径与通道交叉器

的几何形状相关。此外，与以前研究的谷光子晶体相比，本章所设计的基底集成谷光子晶体具有亚波长厚度和良好的自洽电屏蔽性能，可与传统的基底集成波导电路完全兼容。本章的设计研究方法为拓扑波导电路提供了实现方案，例如可以使用标准的印刷电路板技术在同一基底上制造和集成无源、有源或非平面元件等。上述研究为基板集成电路增加了除传统的自由度（波矢、相位和偏振等）之外新的自由度，即拓扑。该研究亦可作为一种低成本、易加工及轻便的集成平台。

本章的相关工作已在 *Laser Photonics Reviews* 期刊上发表，并被选为期刊封底论文。

5 二维表面波高阶光学拓扑态

光学拓扑态已彻底改变了人们对光的传播和散射的理解。最近的研究发现高阶光学拓扑绝缘体中存在零维拓扑角态。目前, 研究人员通常利用集成器件等方法制备高阶光学拓扑绝缘体, 并对其进行实验研究^[119,120]。上述研究存在工作频率范围有限或者结构体积大等问题, 从而不利于未来集成光子学的发展。在本章中, 作者利用表面波光子晶体实验实现了二维高阶光学拓扑绝缘体。由于多重布拉格散射特性, 该系统具有极宽的体带隙(带宽为 28%), 并存在由质量狄拉克方程描述的一维有间隙边界态。该高维光子能带的拓扑结构促使了零维角态的出现。

5.1 高阶光学拓扑绝缘体研究意义

光学拓扑绝缘体^[11,12,17-19,29,34,187,190-193,204-210]中存在独特的边界态, 如二维光学拓扑绝缘体中存在手性或螺旋边界态^[18,19,191,193,206,210], 三维光学拓扑绝缘体中存在狄拉克费米子表面态^[34,37]。受拓扑保护的边界态可应用于设计多种新型器件, 如高传输率波导^[12,190,206]、鲁棒的光学延迟线^[17,19]、拓扑波分器^[210]、拓扑激光器^[196,197]等。

最近, 高阶光学拓扑绝缘体的实现^[38,118-127]为在二维光学系统中探索拓扑零维腔模^[211-213]以及建立鲁棒的集成光子电路提供了实现方案。与具有 $(D-1)$ 维拓扑边界态的传统 D 维拓扑绝缘体不同, D 维高阶拓扑绝缘体除了具有 $(D-1)$ 维拓扑边界态外, 还存在 $(D-2)$ 维(甚至更低维)拓扑边界态。因此, 高阶光学拓扑绝缘体已不再满足传统的体-边对应关系。目前的实验研究证明拓扑零维角态可在机械超材料^[119]、集成元件组成的微波电路^[120]和耦合光波导^[125]等系统中实现。然而, 具有集成元件的微波电路仅能工作于低频(通常仅为 GHz), 耦合光波导系统的晶格常数远远大于波长($a \approx 40\lambda$)且带隙很小(2%)。因此, 上述光学系统的研究无法推动未来集成光学器件的发展。

在本章中，作者基于最近研究工作中的理论^[214]，设计并实验实现了一个表面波二阶光学拓扑绝缘体。该系统利用拓扑晶体对称性实现了光子自旋霍尔效应。该表面波光子晶体具有亚波长单元结构，即晶格 $a \approx 0.5 \lambda$ ，并存在具有间隙的边界态和拓扑角态。由于多重布拉格散射特性，该表面波光子晶体具有极宽的光学带隙（在光线以下 M 点的带宽为 28%）。本章介绍的研究方法能够同时控制体态和边界态的光学带隙及能带拓扑结构。如图 5.1 所示，在正方形结构中，边界分别由一维具有可调狄拉克质量的质量狄拉克方程描述。根据 Jackiw-Rebbi 原理^[202,214]，在边界交接点处将存在拓扑局域态。在本章的实验中，作者实验观测到具有间隙的拓扑边界态以及该边界态带隙内的拓扑角态。光子晶体中零维拓扑角态的实现为设计可集成电磁波/光学器件中鲁棒的腔模提供了新的研究途径。

5.2 表面波高阶光学拓扑绝缘体结构设计

如图 5.1 所示，该表面波光子晶体由两侧印刷金属图案的介质基板构成，其晶格常数为 $a = 12 \text{ mm}$ 。每个单元包含两侧各四个金属矩形图案，其宽度 $w = 1.92 \text{ mm}$ ，长度 $l = 5.04 \text{ mm}$ 。通过调节金属矩形的旋转角度 θ （图 5.1 的右上角插图）可控制光子能带的间隙和能带拓扑。在实验中，利用印刷电路板技术将 0.035 mm 厚的铜印刷在厚度 2 mm 且相对介电常数为 3 的 F4B 印刷电路板两侧制成该样品。

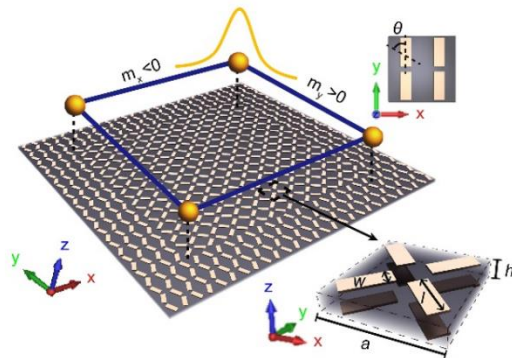


图 5.1 表面波高阶光学拓扑绝缘体模型。

5.3 表面波高阶光学拓扑绝缘体理论分析

在本节中，作者首先设计该表面波高阶光学拓扑绝缘体的单元结构；基于该单元结构，研究 x -和 y -边界处边界态的色散关系及场分布；进一步，分析盒形结构中该表面波光子晶体的拓扑角态；最后，研究该系统的拓扑不变量。

5.3.1 能带理论分析

如图 5.2 (a) 所示，该表面波光子晶体具有极宽的拓扑带隙。当 $\theta = 45^\circ$ 时，光线以下的频隙范围为 11.5 GHz 至 15.2 GHz，带宽为 28%，带隙的中心频率为 13.3 GHz。此时，晶格常数与波长之比为 $a/\lambda \sim 0.5$ ，表明该表面波光子晶体的亚波长性质。

该表面波光子晶体的结构在 x 方向 $g_x = \{m_x | \tau_x\}$ 和 y 方向 $g_y = \{m_y | \tau_y\}$ 都具有滑移反射对称性，其中 $m_x \psi(x, y, z) = \psi(-x, y, z)$ 、 $\tau_y \psi(x, y, z) = \psi(x, y + a/2, z)$ 、 $m_y \psi(x, y, z) = \psi(x, -y, z)$ 及 $\tau_x \psi(x, y, z) = \psi(x + a/2, y, z)$ 。如图 5.2 (a) 所示，由于该系统具有滑移反射和时间反演对称性，当 $k_x = \pi/a$ 或 $k_y = \pi/a$ (即 MX 和 MY 线) 时，在布里渊区的边界上存在类似 Kramer 的双衰减现象^[33,214]。当 $\theta = 0^\circ$ 或 90° 时，一对双重简并的能带相互交叉，并在布里渊区的 M 点处形成四重简并点，该简并点频率为 12.97 GHz，如图 5.2 (a) 中黑色曲线所示。上述现象可通过布里渊区的折叠机制解释，后文将会做出详细说明。当 θ 偏离 0° 或 90° 时，四重简并点将会分裂成两对二重简并能带，从而打开光子带隙，如图 5.2 (a) 中 $\theta = 45^\circ$ 的光学能带所示 (红色和绿色曲线分别代表“导”和“价”带)。

图 5.2 (b) 展示了 M 点处能带边界随旋转角度 θ 的变化情况。能带边界由两对奇偶性相反的光子态组成，如图 5.2 (c) 和 (d) 所示：奇宇称的偶极子模式 (p_x 和 p_y) 和偶宇称的四极模式 ($d_{x^2-y^2}$ 和 d_{xy})。当 θ 经过 0° 或 90° 时，光子带隙经历了奇偶宇称转换，即拓扑相变^[214]。由此，定义该系统中存在两种不同的拓扑相：正常绝缘体相和拓扑绝缘体相。后者为拓扑晶体绝缘体，模拟了光子系统中的量

子自旋霍尔效应。

如图 5.2 (e) 所示，当 $\theta = 0^\circ$ 时，M 点处本征态的三维磁场分布显示该光子晶体中能量几乎局域在其表面周围，并急剧衰减到空气中。上述现象揭示了该模式的表面波性质。在本章中，作者研究的能带均在光锥之下。

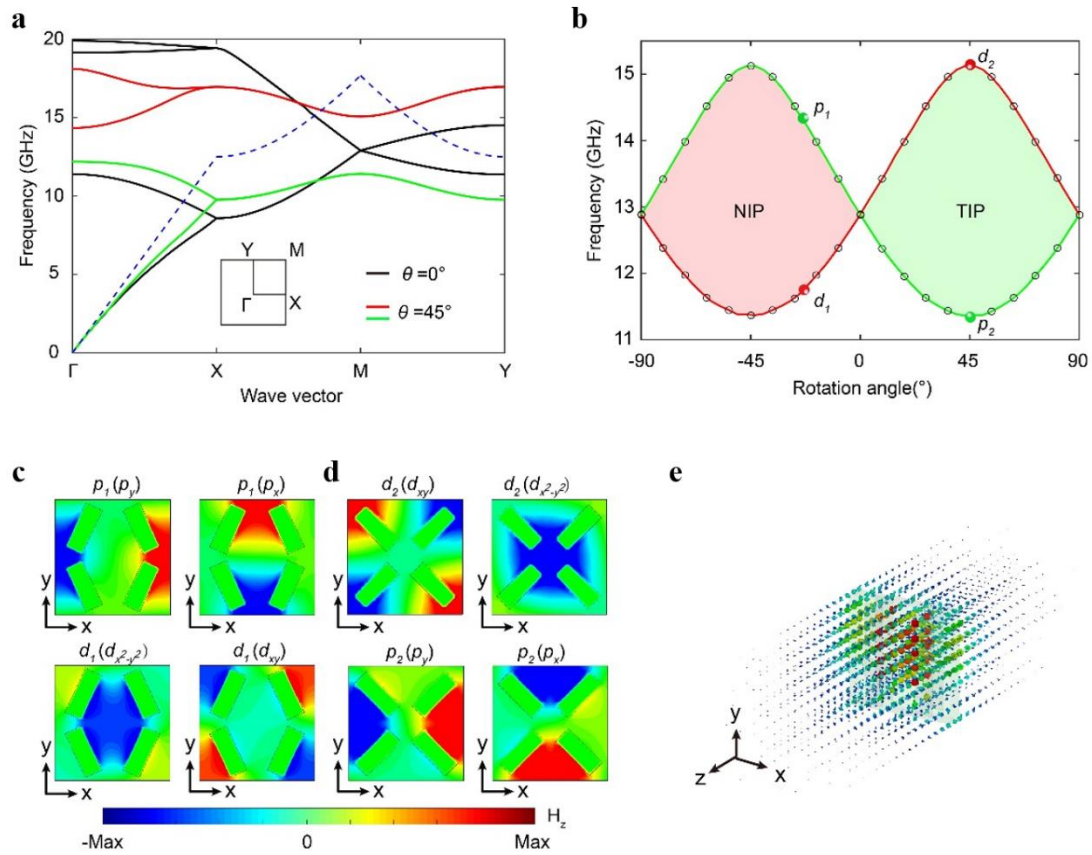


图 5.2 基于表面波光子晶体的二阶光学拓扑绝缘体及其拓扑相变。(a) $\theta=0^\circ$ (黑色曲线) 和 $\theta=45^\circ$ (红色和绿色曲线) 单元结构光子晶体的光子能带。蓝色虚线代表空气中的光锥。插图表示布里渊区；(b) 拓扑相位和 M 点处光子能带边界随旋转角度 θ 的变化。绿色和红色曲线分别代表 M 点的双简并 p (偶极子) 和 d (四极子) 模式；(c), (d) 当 $\theta=-25^\circ$ (标记为 p_1 和 d_1) 和 45° (标记为 d_2 和 p_2) 时，M 点处四个本征态的磁场分布；(e) 当 $\theta=0^\circ$ 时，M 点处第一个模式的磁场分布。

作者进一步阐述能带折叠机理。如图 5.3 (a) 所示，表面波光子晶体的单元是一个较大的方形非原始单元 (标记为 Π)，它由四个较小的方形原始单元 (最小

单元) (标记为 I) 组成。由于非原始单元比原始单元大四倍, 非原始单元的第一布里渊区为原始单元第一布里渊区的四分之一, 如图 5.3 (b) 所示。通过比较单元及其第一布里渊区, 可得到基于区域折叠机制的非原始单元的色散^[22,215]。如图 5.3 (c) 所示, 非原始第一布里渊区 ($\Gamma_{II}X_{II}M_{II}Y_{II}$) 可以通过折叠原始单元第一布里渊区 ($X_{II}X_{I}A_{II}$ 、 $M_{II}A_{II}B$ 、 $Y_{II}M_{II}B_{YI}$ 和 $\Gamma_{I}X_{II}M_{II}Y_{II}$) 形成。

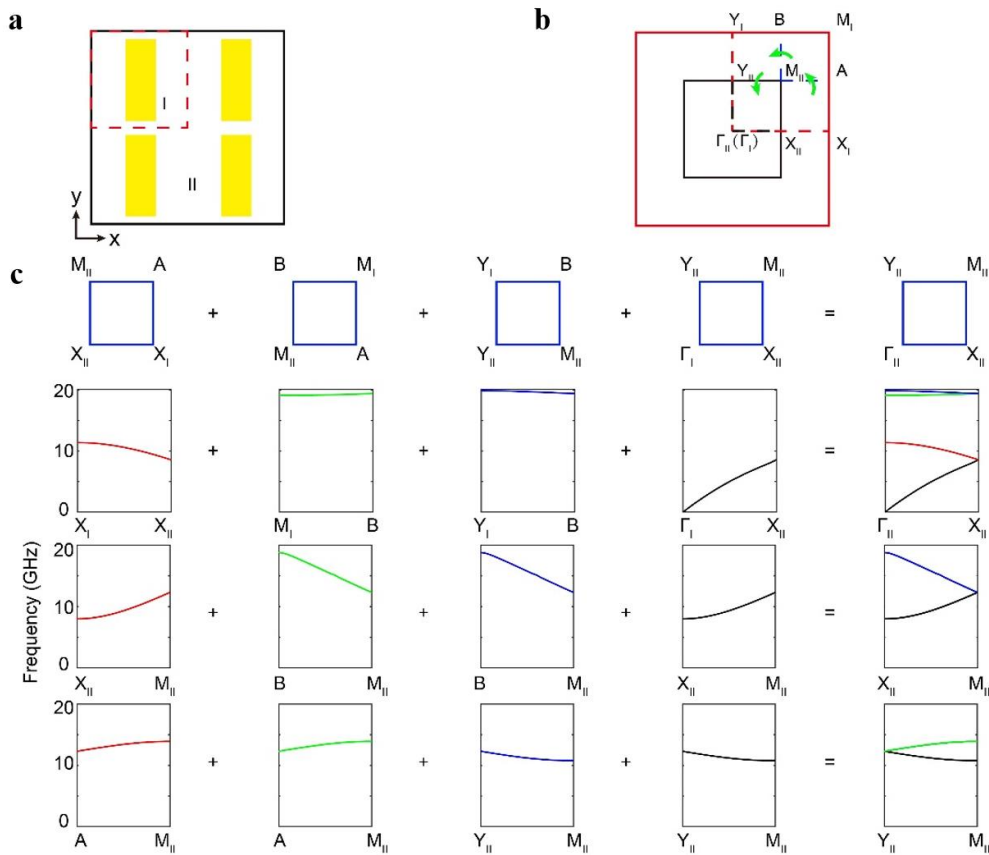


图 5.3 能带折叠机制。(a) 非原始单元 (II) 和原始单元 (I) 的示意图; (b) 非原始单元和原始单元对应的第一布里渊区; (c) 能带折叠过程。

5.3.2 边界态理论分析

在本部分, 作者研究由正常绝缘体相和拓扑绝缘体相光子晶体组成的界面处的拓扑边界态。由于该光子晶体一般没有 C_4 旋转对称性, 沿 x 和 y 方向界面 (简称 x 和 y 界面) 的边界态通常不同。下文中, 作者将讨论两种情况下 x 和 y 界面

的光子边界态：即由 $\theta_1 = -25^\circ$ （正常绝缘体相）和 $\theta_2 = 25^\circ$ （拓扑绝缘体相）光子晶体组成的边界（如图 5.4 (a) 所示）以及由 $\theta_1 = -25^\circ$ （正常绝缘体相）和 $\theta_2 = 50^\circ$ （拓扑绝缘体相）光子晶体组成的边界（如图 5.4 (b) 所示）。第一个结构在 x 和 y 界面具有平移对称性，此时只需保证 $\theta_2 = -\theta_1$ 。第二个结构在 x 和 y 界面处打破该对称性。

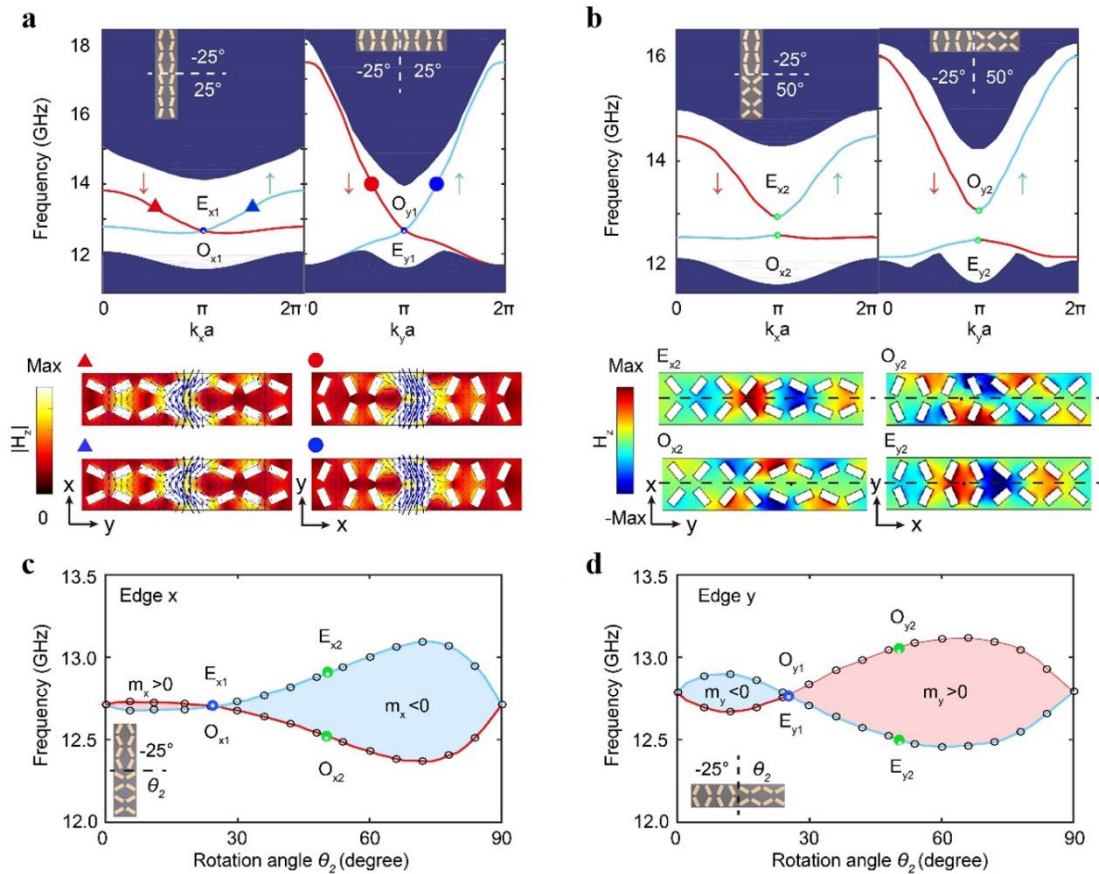


图 5.4 表面波光子晶体的边界态及其拓扑相变。(a) 正常绝缘体相 ($\theta_1 = -25^\circ$) 和拓扑绝缘体相 ($\theta_2 = 25^\circ$) 光子晶体之间 x 和 y 界面处边界态。曲线和蓝色区域分别表示边界态和体态的色散。蓝色（红色）曲线表示赝自旋向上 \uparrow 和（赝自旋向下 \downarrow) 边界态。上方插图表示边界结构的示意图。下方图片表示色散中彩色三角形/圆形标记处边界态的磁场分布；(b) 在正常绝缘体相 ($\theta_1 = -25^\circ$) 和拓扑绝缘体相 ($\theta_2 = 50^\circ$) 光子晶体之间 x 和 y 界面处边界态。上方插图表示边界结构的示意图。下方插图代表 $k = \pi/a$ 时边界态的磁场分布；(c), (d) 当 θ_1 固定为 -25° 时，沿 x 和 y 界面边界态的拓扑相变和狄拉克质量随旋转角 θ_2 的变化。蓝色（红色）曲线对应于 $k = \pi/a$ 时偶（奇）边界态。蓝（绿）点代表 $\theta_2 = 25^\circ$ (50°) 的情况。

如图 5.4 (a) 所示, 该光学边界态表现为具有时间反演对称性的螺旋边界态, 并具有赝自旋-波矢量锁性。其中, 磁场分布中坡印廷矢量的缠绕表明赝自旋由光学轨道角动量模拟。该现象证实本章已经实现了量子自旋霍尔效应的光学类似现象。然而, 由于它们的玻色子性质, 光学边界态不受时间反演对称性的保护。因此, 只要边界不存在滑移对称性, 其相应的边界态就会出现间隙, 如图 5.4 (b) 所示。光学边界态的特性可由一维质量狄拉克方程描述。具有间隙的边界态可用哈密顿方程 $H_\alpha = v_\alpha \left(k_\alpha - \frac{\pi}{a} \right) \sigma_z + m_\alpha \sigma_y$ 来描述, 其中 $\alpha = x, y$ 代表 x 和 y 界面, v_α 表示边界态的群速度, $\sigma_z = 1$ 和 -1 代表赝自旋向上和向下模式。狄拉克质量 m_α 由 $k_\alpha = \pi/a$ ($\alpha = x, y$) 处奇偶模式之间频率差的一半决定。一维光子边界态的拓扑特性由狄拉克质量的符号决定的。因此, 边界态的奇偶性转换决定了边界态的拓扑相变。

在 x 和 y 界面处, 边界态的狄拉克质量 m_x 和 m_y 通常不同, 并由旋转角 θ_1 和 θ_2 控制。如图 5.4 (c) 和 5.4 (d) 所示, 当 θ_1 固定在 -25° 时, 狄拉克质量随着 θ_2 的变化而改变。此时, 边界态存在三个拓扑相变点, $\theta_2 = 0^\circ, 25^\circ$ 和 90° 。相变点 $\theta_2 = 0^\circ$ 和 90° 与体光子能带的拓扑相变有关。然而, 在相变点 $\theta_2 = 25^\circ$ 时, m_x 和 m_y 都等于零。该现象是由于这两个界面的滑移对称性恢复, 从而产生无间隙的拓扑边界态。尽管在 $\theta_2 = 25^\circ$ 发生了拓扑相变, 但 m_x 和 m_y 的符号在相变前后仍然保持相反, 这体现了高阶能带拓扑的鲁棒性。

5.3.3 角态理论分析

如图 5.1 所示, 根据 Jackiw-Rebbi 机制, 若 m_x 和 m_y 的符号相反, 该盒形结构的四个角上将会产生局域的光子角态^[202]。此外, x 和 y 界面可被等效为具有镜面对称性的一维系统, 由此一维边界布里渊区的中心和边界处边界态的奇偶性决定了相应的 Zak 相位。当其中一个界面具有非平庸 Zak 相位, 另一个界面具有平庸 Zak 相位时, 两个界面的交界出将会出现拓扑角态。因此, 上述系统中, 二维体拓扑性质导致了拓扑一维边界态的出现, 而具有间隙的一维边界态的拓扑性质

导致了零维拓扑角态的产生。在维度层次中，上述体-边对应关系是二阶拓扑结构的标志性特征。

进一步，作者设计如图 5.1 的盒形结构，其相对介电常数为 3.5，旋转角度 $\theta_1 = 25^\circ$ ， $\theta_2 = 50^\circ$ ，并数值计算相应的本征频率和本征模式。如图 5.5 (a) 所示，在本征频率分布中存在四个远离其他模式的点（红点）。图 5.5 (b) 显示了这四个本征模式的场分布，其能量均高度集中于在角上，该现象验证了拓扑角态的存在。

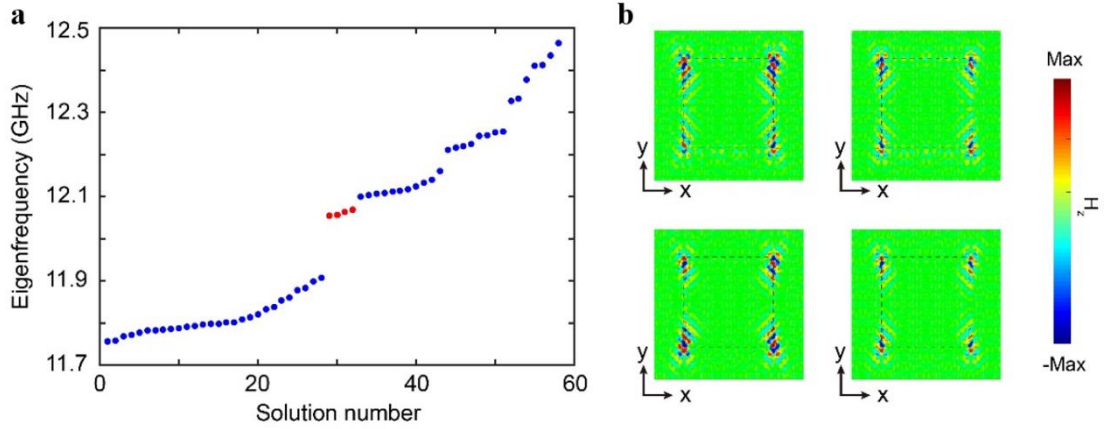


图 5.5 数值计算本征频率和本征模式。(a) 数值计算的本征频率；(b) 四个本征模式的磁场分布。虚线代表拓扑绝缘体相和正常绝缘体相光子晶体之间的界面。

5.3.4 拓扑不变量理论分析

作者进一步在拓扑晶体绝缘体^[214]的框架内研究光子晶体的拓扑数。一般地，通过比较第一布里渊区中能带上高对称点的对称性，可区分由 C_n 对称性产生的非平庸拓扑分类^[216]。在本工作中，对于每个旋转角，单元结构都属于 C_2 对称系统，因此作者重点研究高对称点 (Γ 、 X 、 M 和 Y) 的本征态。旋转算符在高对称点 Π 处的本征值可以定义为 $\Pi_p^{(2)} = e^{2\pi i(p-1)/2}$ ，其中 $p = 1, 2$ 代表两种不同的旋转表征， Π 为高对称点 Γ 、 X 、 M 和 Y 。具有 C_2 旋转对称性晶体的拓扑特性由 $\chi^{(2)}$ 表征^[217]：

$$\chi^{(2)} = \left(\left[X_1^{(2)} \right], \left[Y_1^{(2)} \right], \left[M_1^{(2)} \right] \right). \quad (5.1)$$

其中, $[\Pi_1^{(2)}] = \#\Pi_1^{(2)} - \Gamma_1^{(2)}$ ($\Pi = \Gamma, X, M$ 和 Y), 其中 $\#\Pi_1^{(2)}$ 和 $\#\Gamma_1^{(2)}$ 是带隙下能带的数量, 其本征值分别为 $\Pi_1^{(2)}$ 和 $\Gamma_1^{(2)}$ 。如图 5.6 所示, 每个旋转本征值均可由高对称点处场图或波函数的相位分布得到。根据式 (5.1), 可求得每种情况下的拓扑指数, 即 $\chi^{(2)} = (-1, -1, 0)$ 为正常绝缘体相, $\chi^{(2)} = (-1, -1, -2)$ 为拓扑绝缘体相。由于指数 $\chi^{(2)}$ 不同, 具有不同符号 θ 的 C_2 对称结构属于不同的拓扑类别^[216,217]。

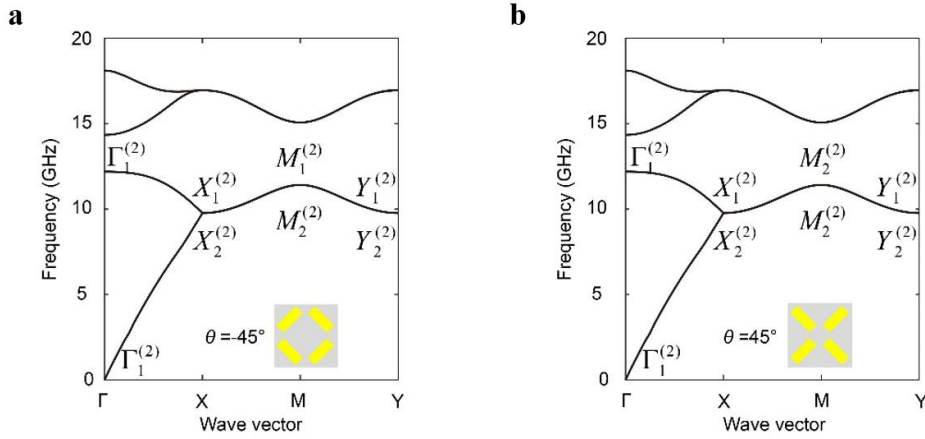


图 5.6 正常绝缘体相和拓扑绝缘体相光子晶体的能带。(a) 正常绝缘体相光子晶体的能带 ($\theta = -45^\circ$); (b) 拓扑绝缘体相光子晶体的能带 ($\theta = 45^\circ$)。其中, 高对称点处的本征值决定了拓扑不变量。

此外, 式 (5.1) 中拓扑不变量的极化值^[217]为:

$$p_1 = \frac{1}{2} \left([Y_1^{(2)}] + [M_1^{(2)}] \right), \quad (5.2)$$

$$p_2 = \frac{1}{2} \left([X_1^{(2)}] + [M_1^{(2)}] \right).$$

明显地, 上述两种情况下极化值均为 $\mathbf{P} = (1/2, 1/2)$ 。为了实现受保护且角局域的数量子化特征, 上述极化都需要消失。

次级拓扑指数, 又称为电子角电荷, 可由上述拓扑不变量^[217]得到, 其表达式如下:

$$Q^{corner} = \frac{1}{4} \left(-[X_1^{(2)}] - [Y_1^{(2)}] + [M_1^{(2)}] \right). \quad (5.3)$$

根据上述结果, 可得到正常绝缘体相的次级拓扑指数 $Q^{corner} = 1/2$, 拓扑绝缘体相的次级拓扑指数 $Q^{corner} = 0$ 。当具有不同拓扑角指数的两个晶体结构构成角时, 如果边界态有间隙, 就会产生角态。与狄拉克质量理论或贝利相位证明相比, 本节所提及的理论分析为角态的起源提供了一种更直观的理解方式。

5.4 表面波高阶光学拓扑绝缘体实验结果

作者利用上述正常绝缘体相和拓扑绝缘体相光子晶体加工制造了两种不同的盒形结构: 第一种结构中存在无间隙边界态; 第二种结构中存在有间隙边界态及拓扑角态。本节分别对这两种结构进行仿真及实验分析。

5.4.1 边界态实验结果

第一个样品由 $\theta_2 = 25^\circ$ (拓扑绝缘体相) 的光子晶体和 $\theta_1 = -25^\circ$ (正常绝缘体相) 的光子晶体组成, 如图 5.7 (a) 所示。其中, 偶极子激发源被放置在样品底部, 如图 5.7 (a) 中红星所示。 x (y) 界面边界态的响应由位于蓝色 (绿色) 点处的探针探测。体态的响应由位于拓扑绝缘体相光子晶体中心的另一个探针测量。图 5.7 (b) 显示了在上述探测位置测量的归一化场强 $|H_z|^2$ 。在 12.5 GHz 到 14 GHz 的频率范围内, 体态的传输 (灰色区域) 非常低, 这与仿真计算的体带隙一致。在该频率范围内, 沿 x (蓝色区域) 和 y (绿色区域) 界面的边界响应比体内响应强得多, 表明体带隙内存在边界态。此时, 在 x 和 y 边界处都存在连续的无间隙响应, 表示边界态的无间隙能谱, 与边界态的色散分布 (图 5.4 (a)) 一致。由近场扫描系统可直接测量该样品的电磁场分布, 如图 5.7 (c) 所示。此时, 激发频率处于体带隙内, 为 13.24 GHz, 波仅能沿边界传输。实验测量的场分布与仿真结果 (图 5.7 (d)) 一致。由于加工和测量精度的限制, 数值计算和实验结果之间存在轻微差异。

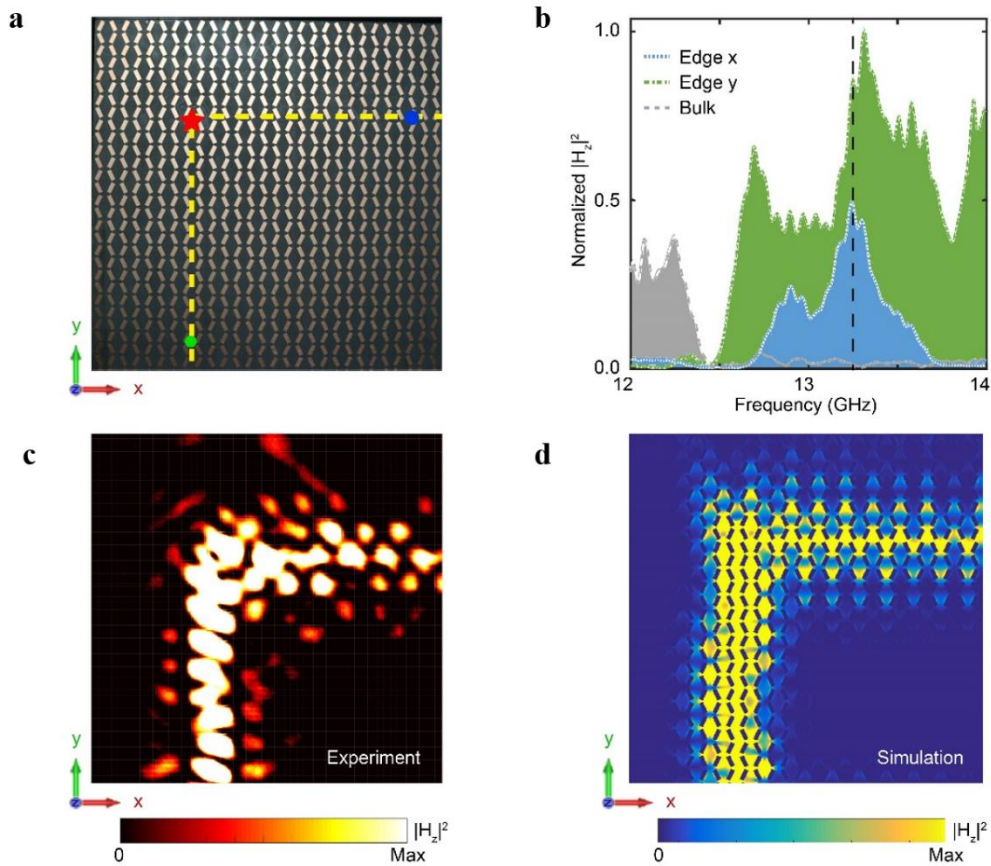


图 5.7 表面波光子晶体中无间隙拓扑边界态的实验结果。(a) 实验样品照片 (仅显示了结构的左上方四分之一)。红星表示点源的位置。绿色和蓝色点表示探针的位置; (b) 两个边界态 (蓝色和绿色区域分别为 x 界面和 y 界面) 和体态测量的归一化磁场强度 $|H_z|^2$; (c), (d) 激发频率为 13.24 GHz 时, 样品的测量和仿真磁场分布 $|H_z|^2$ 。白色虚线标记拓扑绝缘体相和正常绝缘体相光子晶体之间的界面。

此外, 作者对上述样品进行了更多实验测量。如图 5.8 (a) 所示, 在 12.6 GHz 激发频率时, 该样品中仅存在沿 y 界面的边界态。当激发频率增加到 13.24 GHz 时, 边界态将沿 x 和 y 界面传输。然而, 在 13.85 GHz 时, 该样品中仅存在沿 y 界面传输的边界态, 如图 5.8 (c) 所示。明显地, 实验观察结果 (图 5.8 (a), (b)) 与数值结果 (图 5.8 (c), (d)) 一致。此外, 这些场分布与测量的传输频谱 (图 5.7 (b)) 一致。同时, 上述结果也可通过边界态的色散分布 (图 5.4 (a)) 进行理论解释。

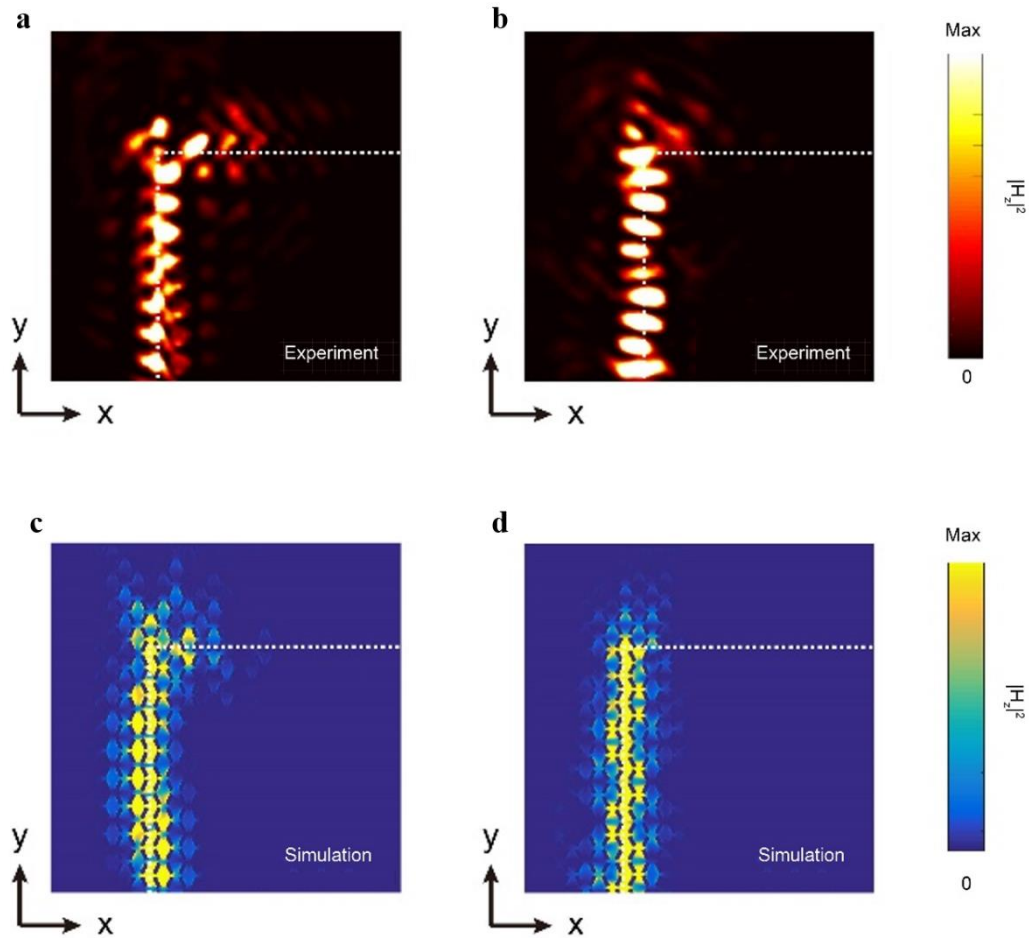


图 5.8 表面波光子晶体中无间隙拓扑边界态磁场实验测量结果。(a) - (d) 激励频率为 12.6 GHz 和 13.85 GHz 时, 样品的实验和仿真磁场分布 $|H_z|^2$ 。

5.4.2 角态实验结果

本节进一步介绍表面波高阶光学拓扑绝缘体中角态的实验测量结果。该样品由 $\theta_2 = 50^\circ$ 的拓扑绝缘体相光子晶体和 $\theta_1 = 25^\circ$ 的正常绝缘体相光子晶体组成, 如图 5.9 (a) 所示。利用与前文相似的实验方法测量边界态与体态的响应。如图 5.9 (b) 所示, x 界面边界态和 y 界面边界态在体带隙内 (即 12.5 GHz 到 14 GHz) 存在具有间隙的光子频谱。利用距离激发源两个单元长度远的探头测量角态的响应。明显地, 角态出现在 x 和 y 边界态的共同频谱间隙 (即 12.6 GHz 到 12.8 GHz) 内, 并存在一个强烈且尖锐的峰值, 其频率为 12.71 GHz。该尖锐共振证明了拓

扑角态的存在。在体带隙中存在边界态以及在边界态带隙中存在角态是二阶拓扑绝缘体的标志性特征。为进一步测量角态谐振的磁场分布，作者通过使用近场扫描方法实验测量。角态的实验测量场分布如图 5.9 (c) 所示，与图 5.9 (d) 中的仿真结果一致。

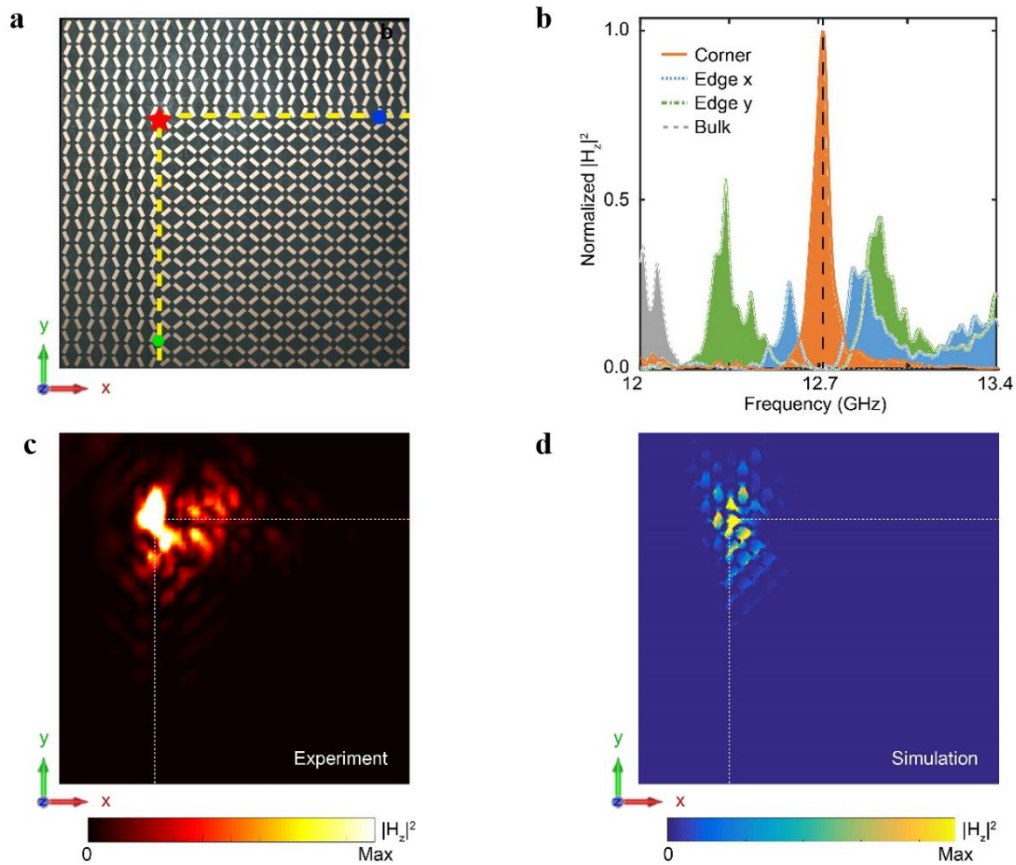


图 5.9 表面波光子晶体中拓扑角态的实验结果。(a) 实验样品照片（只显示了结构左上角的四分之一）。红星、绿色和蓝色点表示点源及探针的位置；(b) 两个边界态（蓝色和绿色区域分别为 x 边界和 y 边界）和体态测量的归一化磁场强度 $|H_z|^2$ ；(c), (d) 激励频率为 12.71 GHz 时，样品的测量和仿真磁场分布 $|H_z|^2$ 。白色虚线标记拓扑绝缘体相和正常绝缘体相光子晶体之间的界面。

此外，作者也测试了上述实验样品的更多结果。当频率增加时，场分布分别出现了一维边界态、零维角态和一维边界态，具体变化情况如下。如图 5.10 (a) 所示，当激发频率为 12.33 GHz 时，该样品中只存在沿 y 界面的边界态。如图 5.10

(b) 所示, 当激发频率为 12.59 GHz 时, 该样品中仅存在沿 x 界面的边界态。如图 5.9 (c) 所示, 当激发频率为 12.71 GHz 时, 该样品中存在拓扑角态。当频率增加到 12.94 GHz 时, 沿 x 和 y 界面的边界态将同时存在, 如图 5.10 (c) 所示。而当激发频率为 13.85 GHz 时, 场分布中只存在沿 y 界面的边界态, 如图 5.10 (d) 所示。明显地, 实验观察结果 (图 5.10 (a) - (d)) 与数值结果 (图 5.10 (e) - (h)) 保持一致, 并且这些场分布与测量的传输频谱 (图 5.9 (b)) 也保持一致。同时, 上述结果可通过边界态的色散分布 (图 5.4 (b)) 来解释。

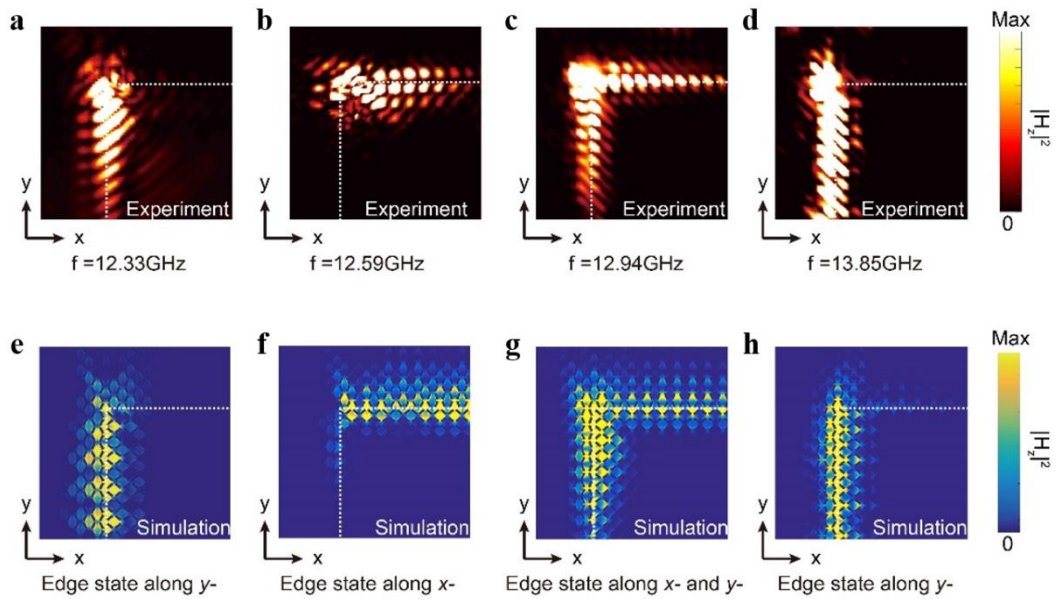


图 5.10 表面波光子晶体中拓扑角态磁场的实验测量结果。(a)-(h) 激励频率为 12.33 GHz、12.59 GHz、12.94 GHz 和 13.85 GHz 时, 样品的实验和仿真磁场分布 $|H_z|^2$ 。

作者进一步测试了拓扑角态的磁场分布 H_z , 如图 5.11 所示。明显地, 实验结果与仿真结果一致。此时, 实验结果中的圆形图案分布是辐射噪声。

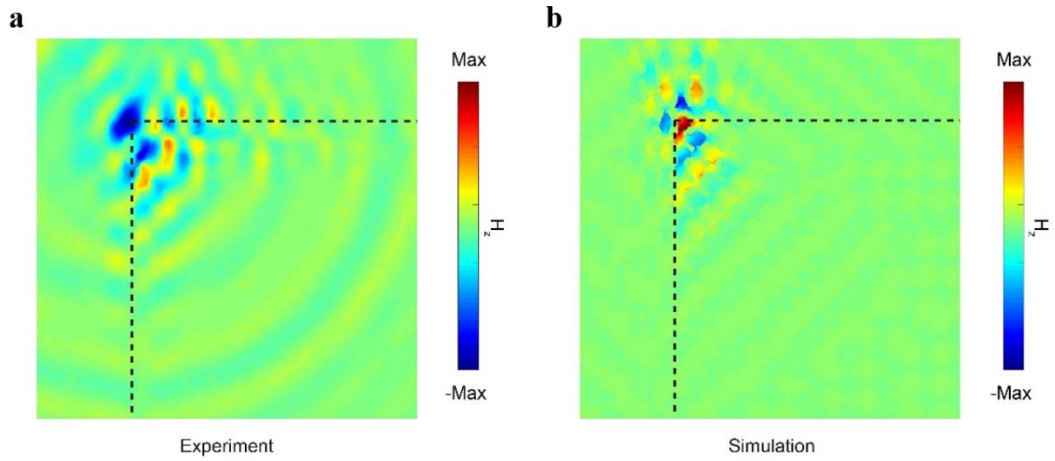


图 5.11 表面波光子晶体中拓扑角态磁场的实验测量结果。(a), (b) 激励频率为 12.71 GHz 时, 样品的实验和仿真磁场分布 H_z 。

5.4.3 实验测试设备

如图 5.12 所示, 上述实验结果的实验测试设备包括加工的样品, 矢量网络分析仪和近场扫描系统。为了防止电磁波辐射到空气中而影响结果, 作者将源放置在光子晶体的底部, 而将探针放在样品的顶部。

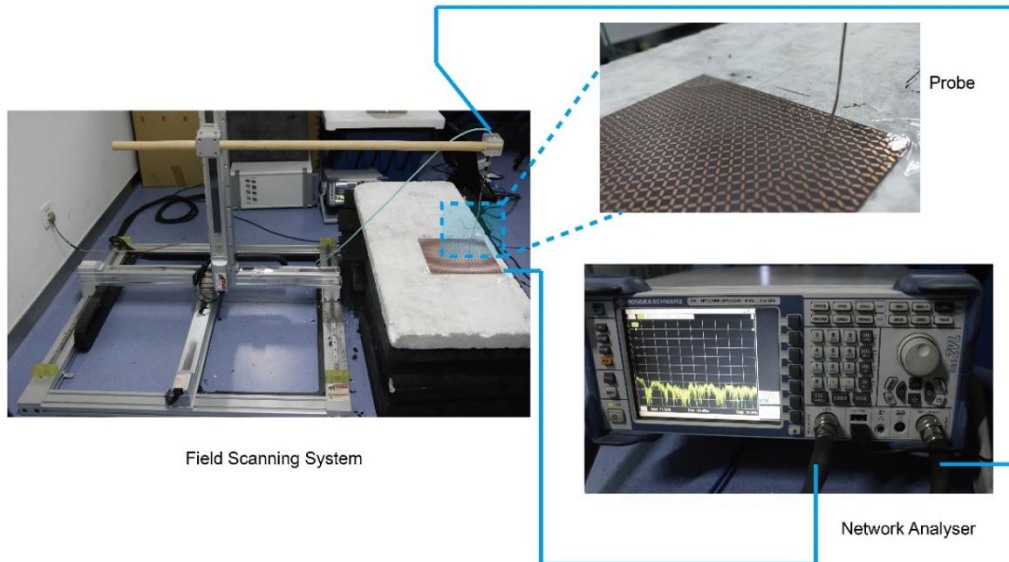


图 5.12 表面光子晶体实验测量装置。

当测量传输系数时, 探针被放置在如前文提及位置处的五个随机点上, 此时, 矢量网络分析仪测量电磁波的传输情况。通过对实验结果取平均再进行归一化得到相应的传输频谱。当测量磁场分布时, 探测天线被放置在离样品上方 1 mm 高度处, 由近场扫描系统控制扫描整个光子晶体, 同时将测量结果传递给矢量网络分析仪。

5.5 表面波高阶光学拓扑绝缘体研究拓展

在本节中, 作者理论研究了该表面波高阶光学拓扑绝缘体中角态的鲁棒性。此外, 作者基于本章的设计原理, 设计了全介质表面波高阶光学拓扑绝缘体。

5.5.1 角态鲁棒性分析

在本节中, 作者利用数值仿真验证上述拓扑角态对某些类型的微扰和变形是鲁棒的。本节介绍了引入微扰的两种方法: 调整矩形图案的 (i) 旋转角度和 (ii) 大小。对于第一种方法, 作者通过将角上 (图 5.13 (a)) 或角附近 (图 5.13 (b)) 单元顺时针旋转 5° 引入扰动。对于第二种方法, 作者通过改变角 (图 5.13 (c)) 或角附近 (图 5.13 (d)) 单元的大小, 即把金属图案的长度从 5.04 mm 增加到 5.24 mm 引入扰动。如图 5.13 (e) 所示, 作者通过将单元结构顺时针旋转 5° (红色图案) 及逆时针旋转 10° (蓝色图案), 在很大程度上干扰了多个单元结构。场分布 (中间的场图) 显示了拓扑角态的存在。明显地, 即使在大扰动存在的情况下, 该角态也具有鲁棒性。此外, 作者还绘制了角态及边界态的传输情况, 如右图曲线所示。尽管存在频率偏移, 但图中的峰值依旧证明了具有鲁棒性的拓扑角态。在本节中, 激发源被放置在角上, 传输曲线是通过在角以及水平和垂直界面上放置探针测量得到。

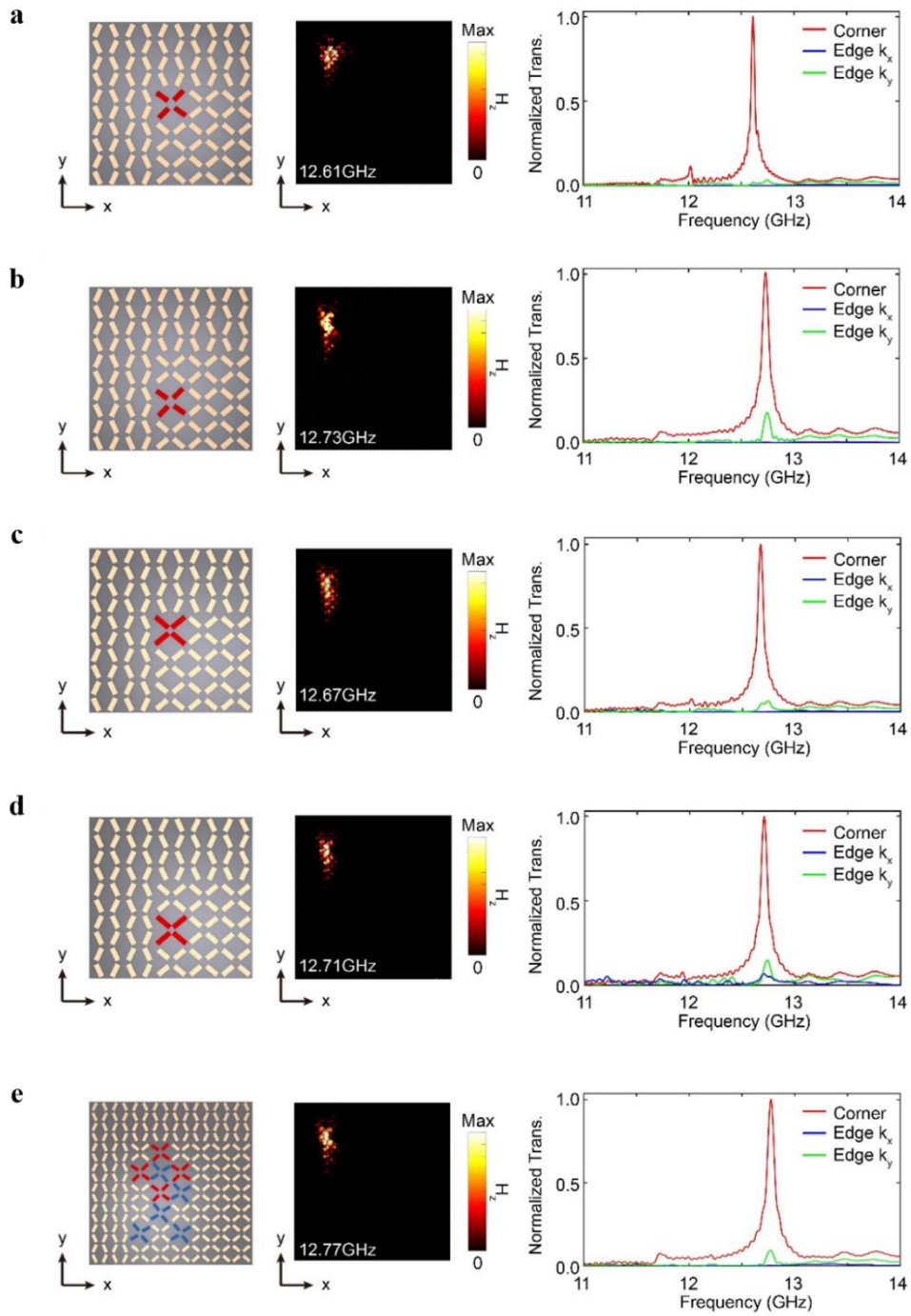


图 5.13 引入微扰后角态的场分布及传输曲线。(a) - (e) 左侧图展示了受到微扰后 8×8 单元组成的光子晶体的示意图。红色和蓝色图案代表引入微扰的结构。中间图案展示角态的场分布。右边的图案展示角态及边界态的传输系数，其中峰值表示角态。

5.5.2 全介质表表面波高阶光学拓扑绝缘体角态设计

在本节中，作者展示了基于本工作设计原理的全介质高阶光学拓扑绝缘体。如图 5.14 (a) 所示，该全介质单元由四个椭圆柱组成（相对介电常数为 25，如中红外频率下的 PbTe），并在 x 和 y 方向都具有滑移反射对称性。其中，灰色区域代表介质结构，蓝色区域代表真空。该椭圆柱的几何参数为长轴 $b_1 = 0.3a$ ，短轴 $b_2 = 0.05a$ ， a 为晶格常数。

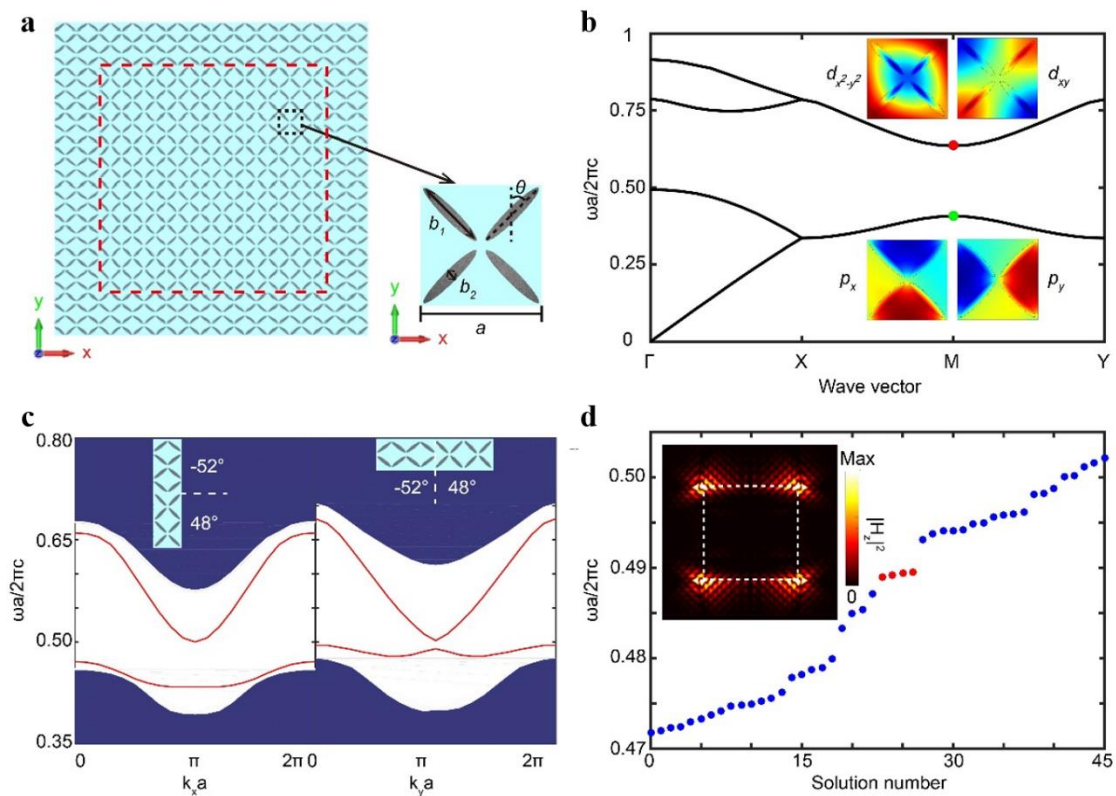


图 5.14 全介质高阶光学拓扑绝缘体的设计方案。(a) 全介质高阶光学拓扑绝缘体的示意图，插图代表单元结构。灰色区域代表介质材料，蓝色区域代表真空；(b) 旋转角度 $\theta=45^\circ$ 时光子晶体的光学能带；(c) 由旋转角度 $\theta_1=48^\circ$ 和 $\theta_2=52^\circ$ 光子晶体组成的 x 和 y 界面处边界态色散分布；(d) 数值计算盒形结构的本征频率。插图表示本征模式（红点）的磁场强度分布。白色虚线代表不同种类光子晶体间的界面。

当调整椭圆柱的旋转角度时，能带结构发生了变化。如图 5.14 (b) 所示，当

$\theta = 45^\circ$ 时, 该能带结构及 M 点处的本征模式与本章上述工作中所描述的结果类似。随后, 作者研究了由旋转角度 $\theta_1 = -52^\circ$ 和 $\theta_2 = 48^\circ$ 光子晶体组成的 x 和 y 界面处边界态, 如图 5.14 (c) 所示。由于破坏了滑移反射对称性, 该边界态存在间隙, 这确保了零维角态的存在。进一步, 作者设计了一个盒形样品, 该样品由 $\theta_2 = 48^\circ$ 的光子晶体和 $\theta_1 = -52^\circ$ 的光子晶体组成, 如图 5.14 (a) 所示。如图 5.14 (d) 所示, 通过数值计算该样品的本征频率可发现有四个模式的频率远离其他模式的频率, 并且其本征模式高度局域在角周围, 这验证了零维角态的存在。综上所述, 基于本工作的设计原理, 高阶拓扑相位可以在全介质光子晶体中实现, 并且该光子晶体的频率范围可覆盖微波及光学频率。

5.5 本章小结

本章利用表面波光子晶体, 实验实现了具有拓扑边界态和角态的高阶光学拓扑绝缘体。体带隙内拓扑边界态和边界态带隙内角态的同时出现证明了该光子晶体的高阶拓扑特性。该具有强约束性的拓扑角态为光子芯片中腔模的可集成性提供了有效的研究方法。此外, 该表面波光子晶体为利用多重布拉格散射特性实现高阶拓扑及极宽光学带隙的研究提供了一个通用的实验平台。虽然本工作的实验是在微波频率下进行, 但本工作的设计原理可通过缩小当前结构的尺寸而拓展到太赫兹频率。本章中对称性引导的设计原理也可应用于介电材料, 并适用于微波及光学系统。此外, 本章的研究为未来电磁/光子应用中具有极宽带宽的高阶光学拓扑态开辟了一条新的道路。

本章的相关工作已在 *Advanced Science* 期刊上发表。

6 基于扭曲拓扑缠绕的非厄米趋肤效应

在物理学中，开放系统的物理特性由非厄米哈密顿量表征。非厄米趋肤效应表现为在开放边界条件下，系统的本征态局域在边界处，并且局域特性由系统的拓扑缠绕数决定。随着光学、量子等调控技术的发展，研究人员已在量子^[47]、光学^[48]、电路^[49]等体系中实现了非厄米趋肤效应。然而，目前非厄米趋肤效应的研究仅局限于单拓扑缠绕数系统。针对上述问题，在本章中，作者利用放大器的单向放大性，实现了一维非互易声学系统中基于单拓扑缠绕以及扭曲拓扑缠绕的非厄米趋肤效应，并且首次在布洛赫点附近观察到布洛赫波扩展态。

6.1 非厄米趋肤效应研究意义

在无限大系统中，通过布洛赫定理可计算得到布洛赫本征态，与其相关的能带拓扑概念为物质的拓扑分类提供了方法^[93]。在所有的厄米或能量守恒系统中一直存在如下的观点，引入边界只会导致边界态的出现，但不会改变任何体态及能带拓扑。然而，最近发现的非厄米趋肤效应表明，源于损耗/增益或非互易性的非厄米效应可以导致所有的体态都向引入的边界局域^[44-56,104]。在非厄米趋肤效应中，体态能带的完全局域不再满足体-边对应关系——源于体态的能带拓扑特性决定了边界处的拓扑现象。

因此，非厄米能带拓扑理论被引入，从而描述非厄米趋肤效应^[46,158,160,218]。例如，非平庸拓扑相可由没有对称性保护的非厄米单带产生，而厄米能带拓扑则需要两个或更多具有一定对称性的能带产生。迄今为止，所有非厄米趋肤效应的实验观测都是基于一种非厄米能带拓扑，其中复能谱沿着复平面上的一个闭合环路缠绕^[47-49,55]。缠绕数为+1 或-1 决定了缠绕的方向并且决定了在非厄米趋肤效应中所有体态应向左或右侧边界聚集^[44,46]，如图 6.1 所示。简而言之，模式的聚集方向应与主导耦合的方向一致^[157]。

与单拓扑缠绕数不同，复杂的拓扑缠绕数可产生更复杂的拓扑结构。如光学系统频率合成维度的工作所示，非厄米拓扑缠绕可在动量空间中表现出几乎任意的拓扑结构，包括具有两个相反绕向的环形缠绕，而不仅仅是一个单环拓扑缠绕^[161]，如图 6.1 (b) 的右图所示。然而，由于上述研究考虑了无边界的无限大系统，因此有限系统中相应的实际物理现象仍没有得到实验证实。另一方面，最近的理论研究预测，扭曲的缠绕数可能会极大地改变非厄米趋肤效应：体态将会向两个方向聚集，表现出与主导耦合方向不一致的双极型局域；两个环路之间的连接点，又称为布洛赫点，该点处的现象类似于布洛赫波扩展态，存在于向左聚集和向右聚集的特征态之间^[157]，如图 6.1 (b) 的左图所示。然而，上述现象都尚未被观察到。

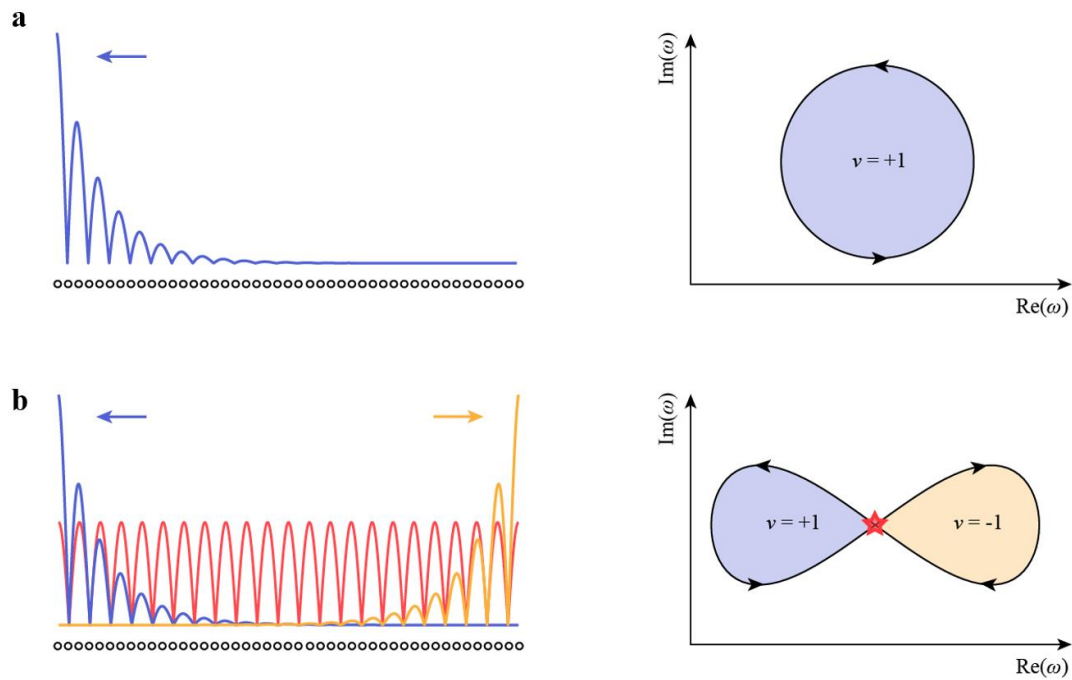


图 6.1 基于不同拓扑缠绕非厄米趋肤效应的对比。(a) 在传统的非厄米趋肤效应中，所有的体态都聚集在一个边界处（左图）。这对应于复平面内复能谱的单环拓扑缠绕（右图）。缠绕方向由缠绕数（图中为 $v = +1$ ）表征，决定了体态应向左或右边界（图中为左边界）聚集；(b) 扭曲拓扑缠绕由两个方向相反的环路连接组成（右图）。相应的非厄米趋肤效应表现出双极型局域，其中体态向两侧聚集（左图）。连接点（右图中红星）对应于布洛赫波扩展态（左图中红线）。在左图中，底部的圆点表示晶格；箭头表示特征态聚集的方向。

在本章中，作者理论和实验证明了一维非互易声学系统中的非厄米趋肤效应。在非互易的最近邻耦合下，该系统表现出具有单拓扑缠绕的非厄米趋肤效应，这与以前的实验观察结果^[47-49,55]相似。当非互易性应用于次近邻耦合时，该系统的非厄米趋肤效应过渡到双极型，对应于扭曲的拓扑缠绕数^[157]。在布洛赫点附近也观察到离散的布洛赫波扩展态。由于非互易耦合可以在任意两个单元之间应用，该声学平台可用于观察具有更复杂非常规拓扑缠绕数的物理现象。

6.2 非厄米系统结构设计

如图 6.2 (a) 所示，两个具有相同谐振频率的声学谐振腔（“1”和“2”）由两个狭窄波导连接。该声学腔的结构参数为长度 $l=9.2\text{ cm}$ ，宽度 $w=7.2\text{ cm}$ ，高度 $h=11.2\text{ cm}$ 。两个谐振腔之间的距离是 $s=2.4\text{ cm}$ ，两个狭窄波导具有相同的宽度 $d=3.4\text{ cm}$ 。此外，一个额外的电路设备连接这两个谐振腔。该电路设备包括一个单向放大器（配备直流电源），一个扬声器（输出）和一个麦克风（输入）。该放大器由印刷电路板技术制作而成，包括一个功率放大器和两个高通滤波器，见图 6.2(b)。由于放大器和滤波器中存在电阻和电容，输入和输出信号存在相位差。

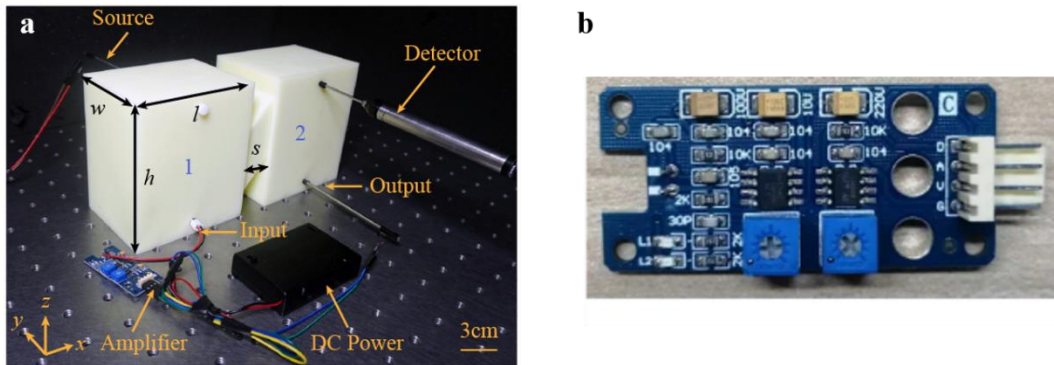


图 6.2 耦合谐振腔系统设计。(a) 实验样品照片；(b) 放大器照片。

6.3 非厄米趋肤效应理论分析

在本节中，作者首先分析谐振腔系统与紧束缚模型之间的关系。其次，作者

理论分析上述双谐振腔系统。进一步，作者理论分析具有单拓扑缠绕的非厄米系统。最后，作者理论分析具有复杂拓扑缠绕的非厄米系统。

6.3.1 紧束缚模型理论分析

首先，作者分析声学谐振腔系统与紧束缚模型之间的关系。

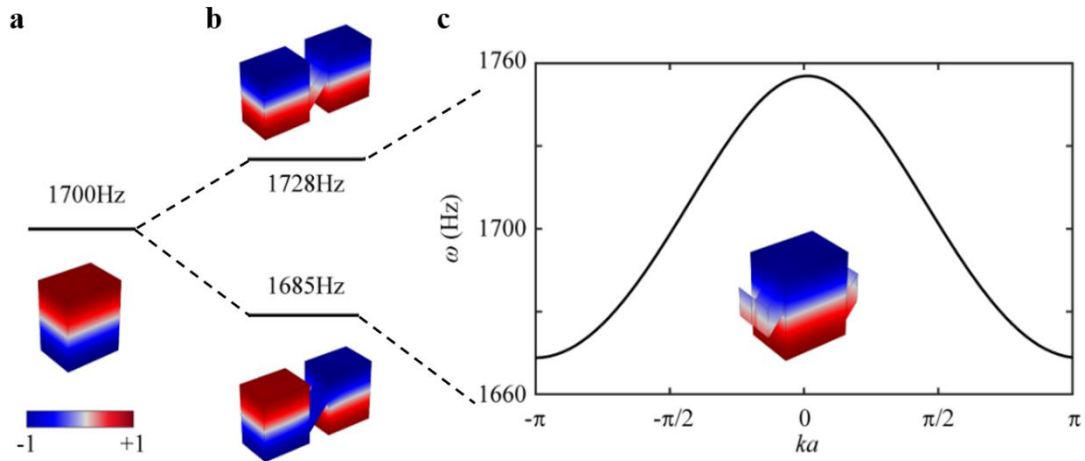


图 6.3 耦合声学谐振腔的紧束缚模型。(a) 单个声学谐振腔的本征频率和本征模式；(b) 两个互相耦合的声学谐振腔的本征频率和本征模式；(c) 一维声学耦合谐振腔链的能带和本征模式。

如图 6.3 (a) 所示，单个声学谐振腔具有特征频率 $\omega_0 = 1700$ Hz 的偶极子模式。当两个相同的谐振腔通过狭窄波导连接时，如图 6.3 (b) 所示，这两个偶极子模式将互相耦合，从而导致特征频率分裂，产生一对对称 (1685 Hz) 与反对称 (1728 Hz) 模式。此时，该双谐振腔系统可用 2×2 的哈密顿量 $H = \begin{bmatrix} \omega_0 & \kappa \\ \kappa & \omega_0 \end{bmatrix}$ 描述，其中 κ 代表由狭窄波导引入的耦合系数。通过不断增加谐振腔的数量，系统中特征频率的分裂过程将导致这些特征频率覆盖一定的频率范围。最终，无限多的耦合谐振腔系统组成具有连续能带的一维无限大周期性链，如图 6.3 (c) 所示。

该系统可以由周期性哈密顿方程 $H = \kappa_1 e^{ika} + \kappa_1 e^{-ika} + \omega_0$ 描述，其中 k 代表波矢， a 代

表晶格常数。

6.3.2 谐振腔系统理论分析

进一步，作者利用上述紧束缚模型及耦合模理论分析上述谐振腔系统。如图 6.2 所示，这两个声学谐振腔具有相同谐振频率 ω_0 。狭窄波导为这两个声学谐振腔提供互易耦合 κ_1 。通过调节狭窄波导的尺寸可调节 κ_1 的耦合强度。非互易耦合系数 $\tilde{\kappa}_a$ 由额外的电路设备引入。该电路对声音进行单向放大：谐振腔 1 中的电磁波被扬声器接收，通过放大电路放大后由麦克风传输到谐振腔 2 中。上述单向放大特性为声学谐振腔系统引入了非互易性。该系统可简化为紧束缚理论模型（图 6.4 (a)）。根据耦合模理论，当波入射到谐振腔 1 时，系统的动态方程为：

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i\omega_0 - \gamma_1 - \gamma_0 & -i\kappa_1 \\ -i(\kappa_1 + \tilde{\kappa}_a) & -i\omega_0 - \gamma_1 - \gamma_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sqrt{2\gamma_1} \\ 0 \end{bmatrix} s_{1+}. \quad (6.1)$$

其中， a_1 (a_2) 表示谐振腔 1 (2) 中的模式； s_{1+} 表示谐振腔 1 中的入射信号。当信号从谐振腔 2 进入时，只需将 $\begin{bmatrix} \sqrt{2\gamma_1} \\ 0 \end{bmatrix} s_{1+}$ 变成 $\begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{2\gamma_1} \end{bmatrix} s_{2+}$ ，此时 s_{2+} 代表谐振腔 2 中的入射信号。

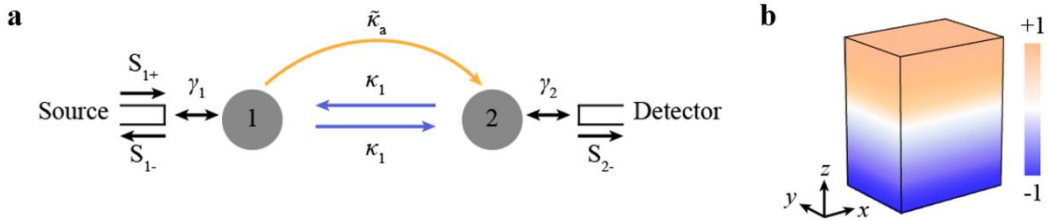


图 6.4 非互易耦合系数理论分析。(a) 实验样品的简化紧束缚模型；(b) 谐振腔中偶极子模式的仿真声压场。

通过上述紧束缚模型可推导得到该系统的哈密顿量：

$$H = \begin{bmatrix} \omega_0 - i\gamma_0 & \kappa_1 \\ \kappa_1 + \tilde{\kappa}_a & \omega_0 - i\gamma_0 \end{bmatrix}. \quad (6.2)$$

其中, γ_0 代表谐振腔的本征损耗, 包括声学腔中的热粘性损耗等损耗。如图 6.4(b) 所示, 本工作仅考虑谐振腔中的偶极子模式。

6.3.3 基于单拓扑缠绕的非厄米趋肤效应理论分析

如图 6.5 (a) 所示, 作者利用非互易耦合及 20 个谐振腔组成一维声学系统实现非厄米趋肤效应。该结构的等效紧束缚模型如图 6.5 (b) 所示, 此时非互易耦合被应用于最近邻单元之间。

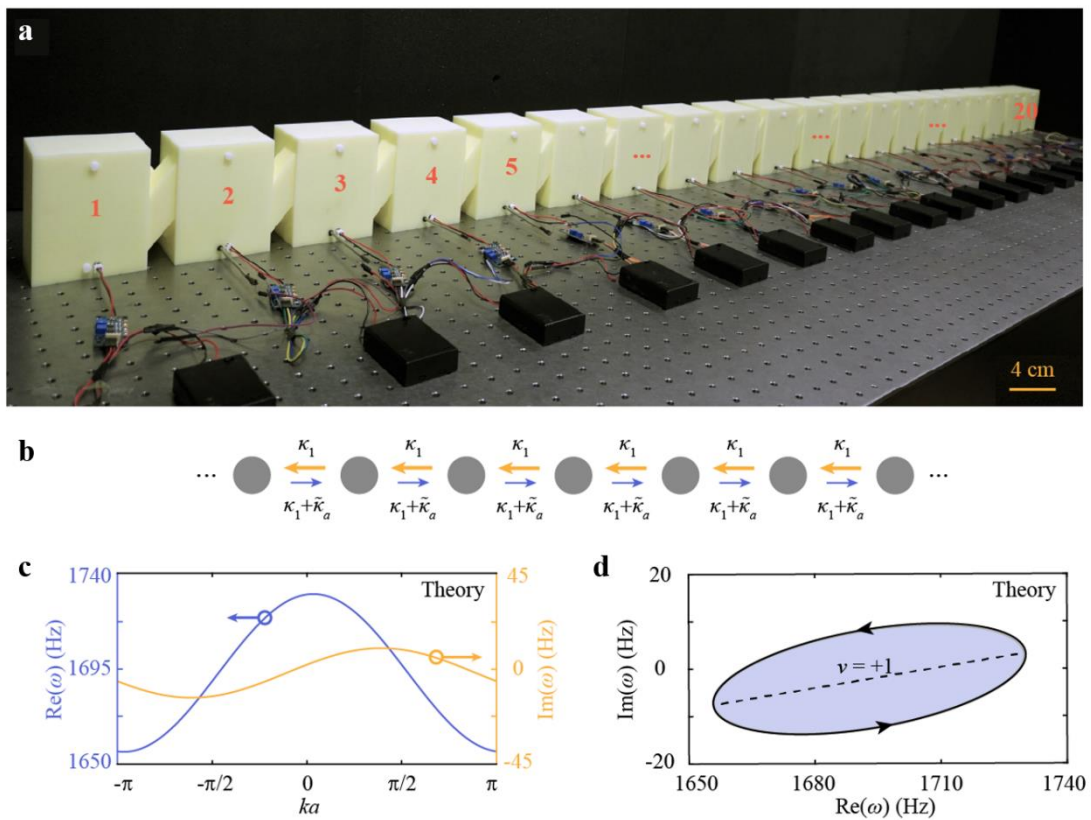


图 6.5 基于单拓扑缠绕数的非厄米趋肤效应理论分析。(a) 声学系统照片; (b) 紧束缚模型; (c) 周期性边界条件时计算的特征频谱的实部和虚部; (d) 周期边界条件时复平面中系统特征频率。虚线表示开放边界条件时计算的特征频率。

周期性边界条件下, 该系统的哈密顿量为 $H = \kappa_1 e^{ika} + \kappa_1 e^{-ika} + \tilde{\kappa}_a e^{-ika} + \omega_0 - i\gamma_0$, 其中 k 为波矢。此时, 假设系统中的晶格常数 $a = 11.6 \text{ cm}$, 谐振腔的共振频率 ω_0

$= 1706 \text{ Hz}$ ，本征损耗 $\gamma_0 = 2.13 \text{ Hz}$ ，互易耦合系数 $\kappa_1 = 24 \text{ Hz}$ 以及非互易耦合系数 $\tilde{\kappa}_a = -11 + 3.9i$ 。图 6.5 (c) 描述了该系统中特征频率的实部和虚部。其中以 $k=0$ 为轴，频率虚部（黄色曲线）的不对称分布体现了该系统的非互易性。相应复平面上的特征频率如图 6.5 (d) 所示。当波数 ka 从 0 增加到 2π 时，该频谱形成一个倾斜的椭圆环。对于复平面内任意频率 ω_b （不与能带重叠），其量子化的拓扑缠绕数 ν 可被表示为：

$$\nu = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\pi/a}^{\pi/a} \frac{\partial \omega(k)/\partial k}{\omega(k) - \omega_b} dk. \quad (6.3)$$

其中 $\omega(k)$ 表示该系统的能带。从几何角度来看，该闭合环的旋转方向以及环绕参考频率 ω_b 的次数分别决定了 ν 的符号和数值^[56,160]。此时，闭合环逆时针单次缠绕包围了参考频率 ω_b （例如 $1700 + 5i \text{ Hz}$ ）的有限区域（蓝色区域），所以拓扑缠绕数为 $\nu = +1$ ，同时该数值也可通过式 (6.3) 计算。拓扑缠绕数 $\nu = +1$ 表现为所有的特征态都坍缩到左侧开放边界。同时，无论源被放置在什么位置，该系统中所有波都只能向左侧边界传播，从而形成漏斗效应^[48]。

6.3.4 基于扭曲拓扑缠绕的非厄米趋肤效应分析

该系统的显著优点之一是，其非互易性不仅可灵活地应用于最近邻耦合，也可应用于不同单元之间的耦合，后者可用于构造非厄米能带中复杂的拓扑缠绕数。进一步，作者将非互易耦合 $\tilde{\kappa}_a$ 应用于次近邻单元，互易的最近邻耦合系数仍为 κ_1 ，如图 6.6 (a) 和 (b) 所示。此时，周期性边界下该晶格的哈密顿量表示为 $H = \kappa_1 e^{ika} + \kappa_1 e^{-ika} + \tilde{\kappa}_a e^{-2ika} + \omega_0 - i\gamma_0$ 。图 6.6 (c) 显示了该系统特征频谱的虚部和实部。图 6.6 (d) 绘制了复平面中相应的特征频率。在该条件下特征频率没有沿着固定的方向缠绕，而是形成了由两个相反绕相环路组成的拓扑结构。左侧环路沿顺时针方向旋转，表示负拓扑缠绕数 $\nu = -1$ 。相反地，右侧环路沿逆时针方向旋转，表示正拓扑缠绕数 $\nu = +1$ 。此时，扭曲的拓扑缠绕数不可避免地在两个环路之间存在一个过渡点 ω_c ，又被称为布洛赫点，如图 6.6 (d) 中红星所示。根据理论研究预测，扭曲拓扑缠绕数将导致该系统中的特征态同时坍缩到两个方向^[157]。同

时，布洛赫点处将存在布洛赫扩展态，表现为右、左边界处同时存在局域态^[157]。

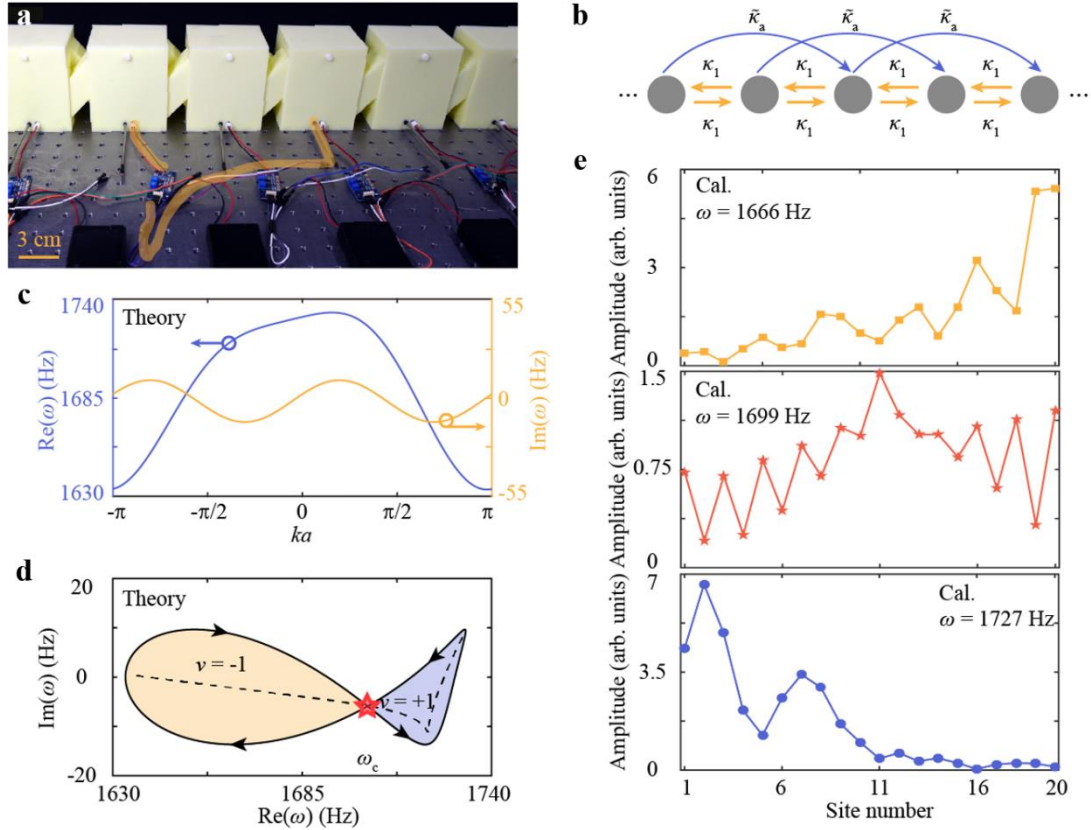


图 6.6 基于扭曲拓扑缠绕数的非厄米趋肤效应。(a) 实验样品照片；(b) 紧束缚模型；(c) 周期性边界条件下计算的特征频谱的实部和虚部；(d) 周期性边界条件下复平面中系统特征频率。虚线表示开放边界条件下系统中特征频率；(e) 当源放在第 10 个单元， $\omega = 1666$ 、 1699 和 1727 Hz 时计算的场分布。测量的结果以第 10 个单元的振幅归一化。

该现象也可通过计算其场分布证明。根据耦合模理论，当波入射到第 10 个单元并在第 20 个单元探测时，其动态方程可描述为：

$$\begin{aligned}
da_1/dt &= (-i\omega_0 - \gamma_0)a_1 - i\kappa_1 a_2, \\
da_2/dt &= -i\kappa_1 a_1 + (-i\omega_0 - \gamma_0)a_2 - i\kappa_1 a_3, \\
da_3/dt &= -i\tilde{\kappa}_a a_1 - i\kappa_1 a_2 + (-i\omega_0 - \gamma_0)a_3 - i\kappa_1 a_4, \\
&\dots \\
da_{10}/dt &= -i\tilde{\kappa}_a a_8 - i\kappa_1 a_9 + (-i\omega_0 - \gamma_0 - \gamma_1)a_{10} - i\kappa_1 a_{11} + \sqrt{2\gamma_1} s_{1+}, \\
&\dots \\
da_{19}/dt &= -i\tilde{\kappa}_a a_{17} - i\kappa_1 a_{18} + (-i\omega_0 - \gamma_0)a_{19} - i\kappa_1 a_{20}, \\
da_{20}/dt &= -i\tilde{\kappa}_a a_{18} - i\kappa_1 a_{19} + (-i\omega_0 - \gamma_0 - \gamma_1)a_{20}, \\
s_{2-} &= \sqrt{2\gamma_1} a_{20}, \\
s_{21} &= \frac{s_{2-}}{s_{1+}} = \sqrt{2\gamma_1} a_{20} / s_{1+}.
\end{aligned} \tag{6.4}$$

其中， a_n 为第 n 个单元的模式， s_{1+} 代表第 10 个单元的入射波， s_{2-} 代表第 20 个单元的输出波， S_{21} 代表该情况下的传输系数。利用相同的方法可得到每个单元处相应的传输系数，由此可获得不同频率下该系统的场分布，如图 6.6 (e) 所示。

6.4 非厄米趋肤效应实验结果

在本节中，作者首先实验测量双谐振器系统中传输系数，从而拟合得到非互易耦合系数。进一步，作者实验验证了基于单拓扑缠绕的非厄米趋肤效应。最后作者实验实现了基于复杂拓扑缠绕的非厄米趋肤效应。

6.4.1 非厄米非互易耦合系数实验结果

作者首先测量了放大器未工作和工作情况下图 6.2 (a) 系统中的传输系数 $|S_{12}|$ 和 $|S_{21}|$ ，为了获得非厄米系统中的耦合系数，如图 6.7 所示。根据式 (6.1)，可得到放大器未工作情况下系统的传输系数为：

$$S_{21} = S_{12} = -i \frac{2\gamma_1 \kappa_1}{[i(\omega - \omega_0) - \gamma_1 - \gamma_0][i(\omega - \omega_0) - \gamma_1 - \gamma_0] + \kappa_1^2}. \tag{6.5}$$

如图 6.7 (a) 所示，当放大器不工作时，即只存在互易耦合 κ_1 时， $|S_{12}|$ 和 $|S_{21}|$ 非常接近，并且传输谱中出现了两个振幅几乎相同的谐振峰。

然而，当放大器处于工作状态时，即存在非互易耦合 $\tilde{\kappa}_a$ 时，系统的传输系数为：

$$S_{21} = -i \frac{2\gamma_1(\kappa_1 + \tilde{\kappa}_a)}{[i(\omega - \omega_0) - \gamma_1 - \gamma_0][i(\omega - \omega_0) - \gamma_1 - \gamma_0] + (\kappa_1 + \tilde{\kappa}_a)\kappa_1}, \quad (6.6)$$

$$S_{12} = -i \frac{2\gamma_1\kappa_1}{[i(\omega - \omega_0) - \gamma_1 - \gamma_0][i(\omega - \omega_0) - \gamma_1 - \gamma_0] + (\kappa_1 + \tilde{\kappa}_a)\kappa_1}. \quad (6.7)$$

如图 6.7 (b) 所示，该传输曲线中存在三个明显的特征：第一， $|S_{12}|$ 比 $|S_{21}|$ 高，该现象是由正向和反向传输的耦合系数不对等引起。第二，传输系数 $|S_{12}|$ 的最大传输效率大于 1，该现象是由于放大电路引入了增益。第三，谐振频率与放大器未工作情况下的谐振频率不同，该现象表明非互易耦合改变了系统的特征频率。进一步，作者利用式 (6.5) - (6.7) 与实验测量的频谱进行数值拟合，得到以下参数：谐振腔的共振频率 $\omega_0 = 1706$ Hz，本征损耗 $\gamma_0 = 2.13$ Hz，互易耦合系数 $\kappa_1 = 24$ Hz，非互易耦合系数 $\tilde{\kappa}_a = -11 + 3.9i$ 。其中， $\tilde{\kappa}_a$ 的相位源于电路元件中存在相位延迟。

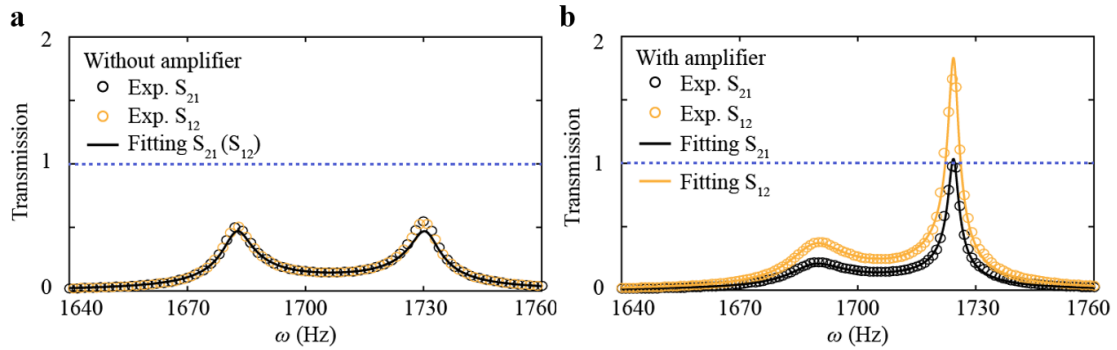


图 6.7 非厄米非互易耦合系数实验结果。(a)，(b) 放大器未工作/工作情况下实验测量（圆圈）及数值拟合（实线）的传输谱。蓝色虚线代表传输系数为 1。

6.4.2 基于单拓扑缠绕的非厄米趋肤效应实验结果

为了实验验证基于单拓扑缠绕的非厄米趋肤效应现象，作者利用图 6.5 (a)

中样品进行实验测量。作者详细观察从第 1 个单元激发，每个单元位置处传输系数。如图 6.8 所示，随着传输单元距离的变远，向右边界（第 20 个单元）的传输系数急剧下降。

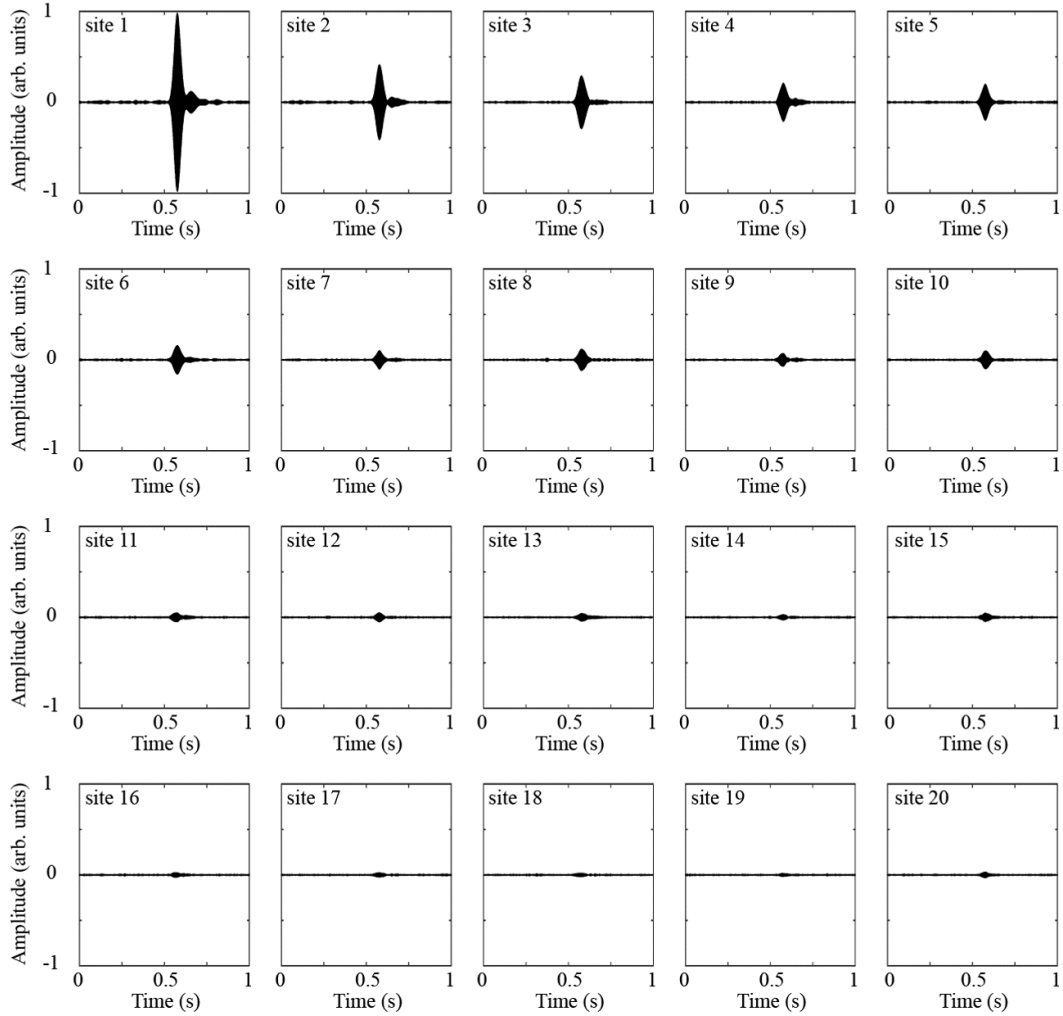


图 6.8 声脉冲信号时域传输的实验结果。测量结果以第 1 个单元的最大振幅归一化。

进一步，作者从第 1 (20) 个单元发射一个频率范围从 1680 Hz 到 1720 Hz 的声脉冲信号，并测量在第 20 (1) 个单元的传输系数。通过对比可以发现向右侧边界传输的能量几乎消失，而向左侧边界传输的能量却被放大，如图 6.9 所示。

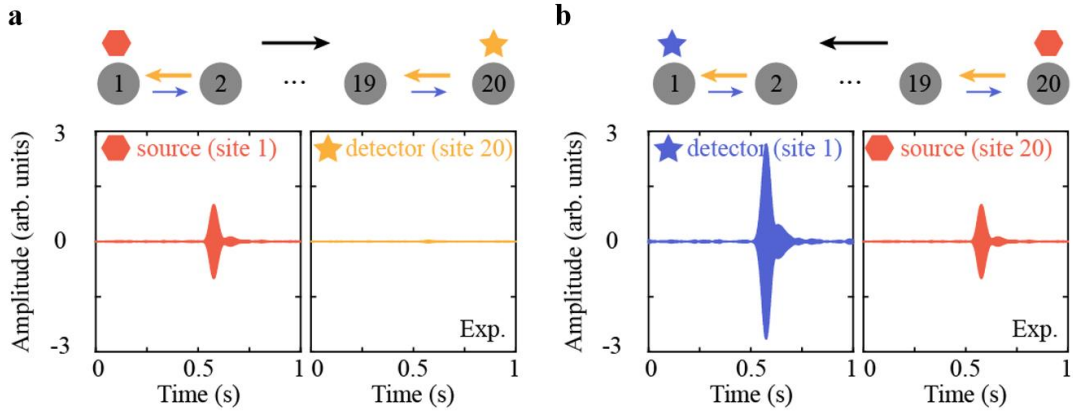


图 6.9 声脉冲信号时域传输的实验结果。(a), (b) 从第 1 (20) 单元分别激发时域脉冲的测量结果。上方示意图展示了该实验中源 (六边形) 和探针 (星形) 的位置。测量结果以源位置的最大振幅归一化。

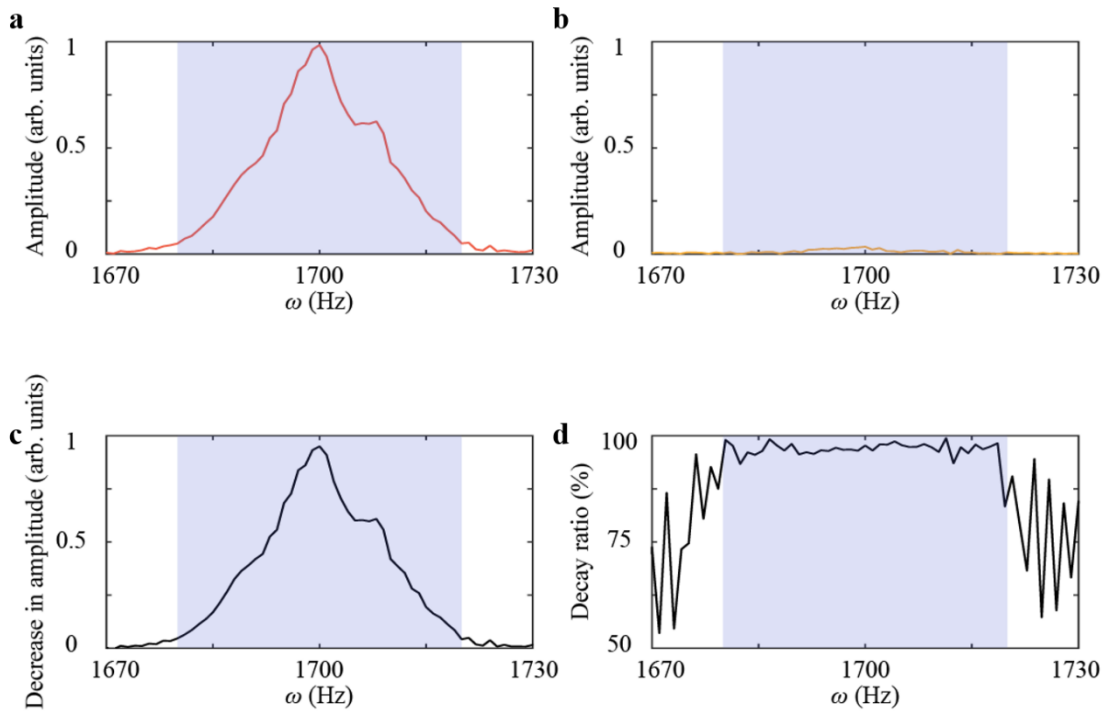


图 6.10 时域脉冲信号幅值的衰减及衰减率。(a), (b) 第 1 和 20 个单元处频谱, 测量结果以第 1 个单元处的最大幅值归一化; (c) 实验测量的振幅衰减与频率的关系; (d) 实验测量的振幅衰减率与频率的关系。蓝色区域涵盖高斯脉冲的三个标准差, 覆盖了 1680 至 1720 Hz 的频率范围。

为了计算上述传输振幅的衰减程度，作者利用傅里叶变换得到相应的频谱（图 6.10 (a) 和 (b)）。振幅衰减大小为输入脉冲的振幅与接收脉冲振幅之差，如图 6.10 (c) 所示。振幅的衰减率为输入脉冲下降振幅与输入脉冲振幅的比，如图 6.10 (d) 所示，可见在一定频率范围内振幅的衰减率达到 95% 以上。

此外，作者还研究了在该声学系统中源被放置在不同位置时的场分布，如图 6.11 (a) - (c) 所示。该实验结果有两个重要的特点：首先，无论源被放置在何处，能量都集中在左边界上。这与传统的厄米声学系统不同，其能量分布一般集中在源附近（图 6.11 (d)）。其次，当源被放置在离左边界更远的地方时，位于左边界的场分布具有更强的能量。上述特征均证实了非厄米趋肤效应的存在。

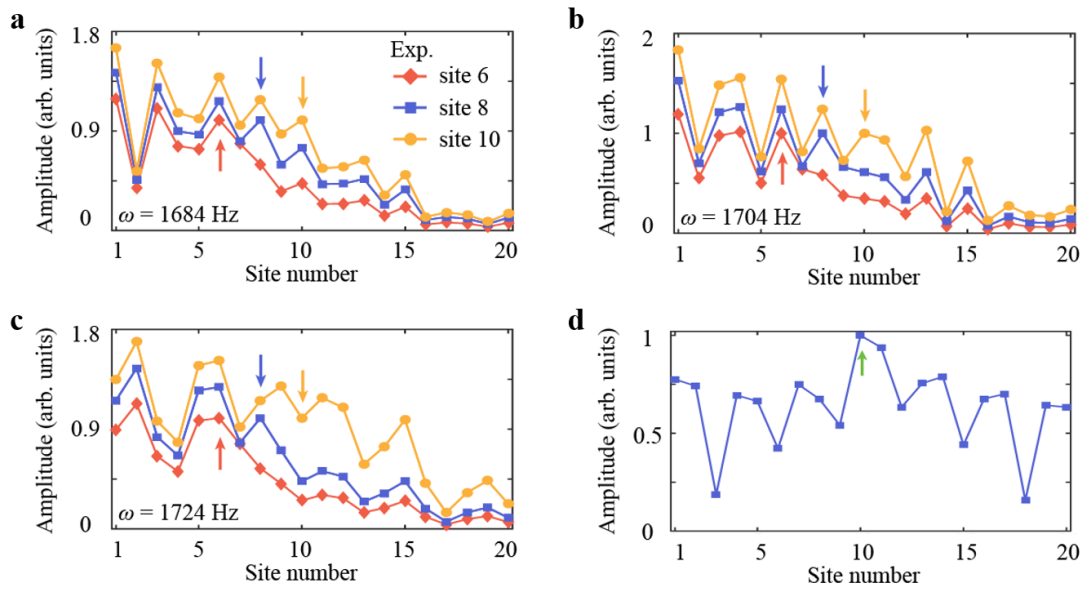


图 6.11 非厄米趋肤效应频域实验结果。(a) - (c) 频率 $\omega = 1684$ 、 1704 和 1724 Hz 时，实验测量的场分布，源分别放置于第 6、8 和 10 个单元。实验结果以源位置（用小箭头表示）的振幅归一化；(d) 频率 $\omega = 1713$ Hz 时，仅存在互易耦合的声学系统中实验测量的场分布。

6.4.3 基于扭曲拓扑缠绕的非厄米趋肤效应实验结果

本节进一步介绍具有复杂拓扑缠绕声学系统的实验测试结果，该系统如图 6.6 (a) 所示。作者首先测量了该结构中声脉冲信号的时域传输情况。作者将频率范

围为 1600 至 1800 Hz 的声脉冲信号在第 1 (20) 个单元激发, 同时测量在第 20 (1) 个单元的传输系数, 见图 6.12 (a) 和 (c)。随后, 对该脉冲信号进行傅里叶变换, 从而获得相应的频谱。由于扭曲拓扑缠绕结构, 声脉冲信号在 1647 至 1675 Hz 的频率范围内向右侧边界放大 (图 6.12 (b))。相反, 当该脉冲在第 20 个单元激发时, 该现象完全相反, 在 1714 至 1736 Hz 的频率范围内脉冲信号向左侧边界放大 (图 6.12 (d))。

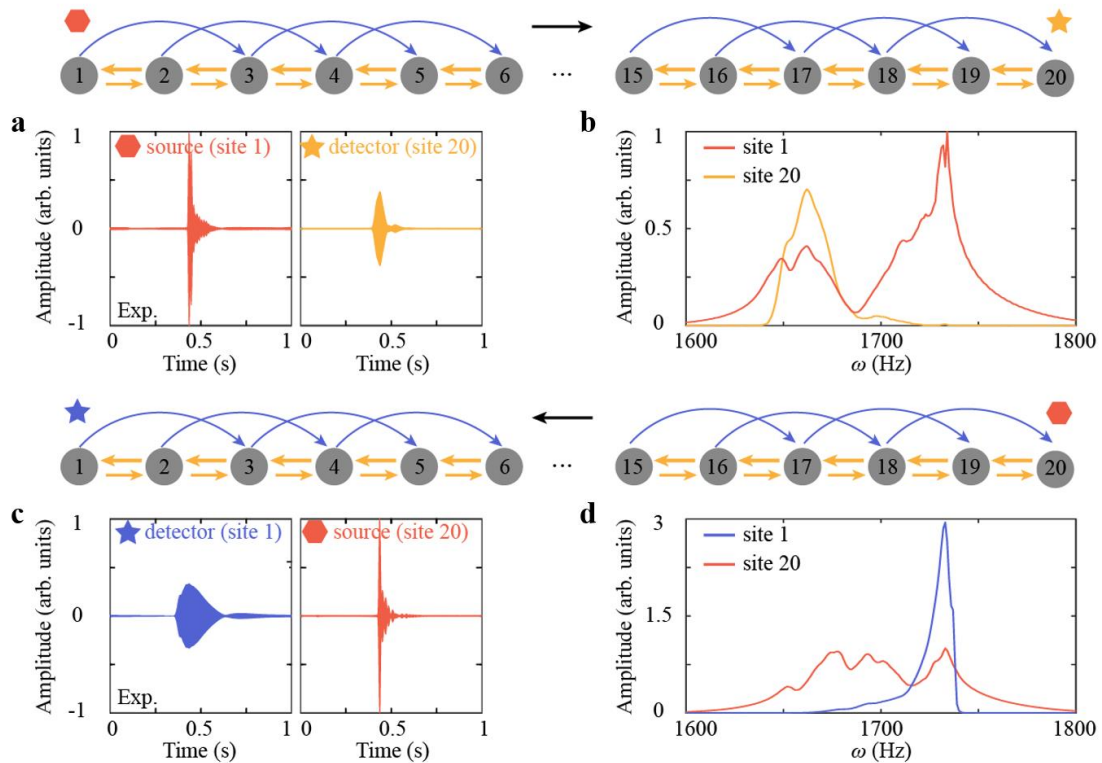


图 6.12 声脉冲信号时域传输的实验结果。(a), (c) 从第 1 (20) 单元分别激发时域脉冲的实验测量结果; (b), (d) 对时域信号进行傅里叶变换得到的频谱。上方示意图展示了该系统中源 (六边形) 和探针 (星形) 的位置。测量结果以源位置的振幅归一化。

进一步, 作者将源放在第 10 个单元, 分别测量每个单元的响应, 从而绘制该系统中的场分布。如图 6.13 所示, 在频率低于布洛赫频率时 (如 $\omega = 1666$ Hz), 从第 10 个单元激发的波在左侧边界被强烈抑制, 但在右侧边界被急剧放大, 这意味着拓扑缠绕数 $\nu = -1$ 。然而, 在频率高于布洛赫频率时 (如 $\omega = 1733$ Hz), 实验

现象相反，这表明拓扑缠绕数的符号翻转。特别地，在频率 $\omega = 1696$ Hz 时，波向两个方向传输，证明了布洛赫波拓展态的存在。该实验现象与理论计算结果(图 6.6 (e)) 一致。

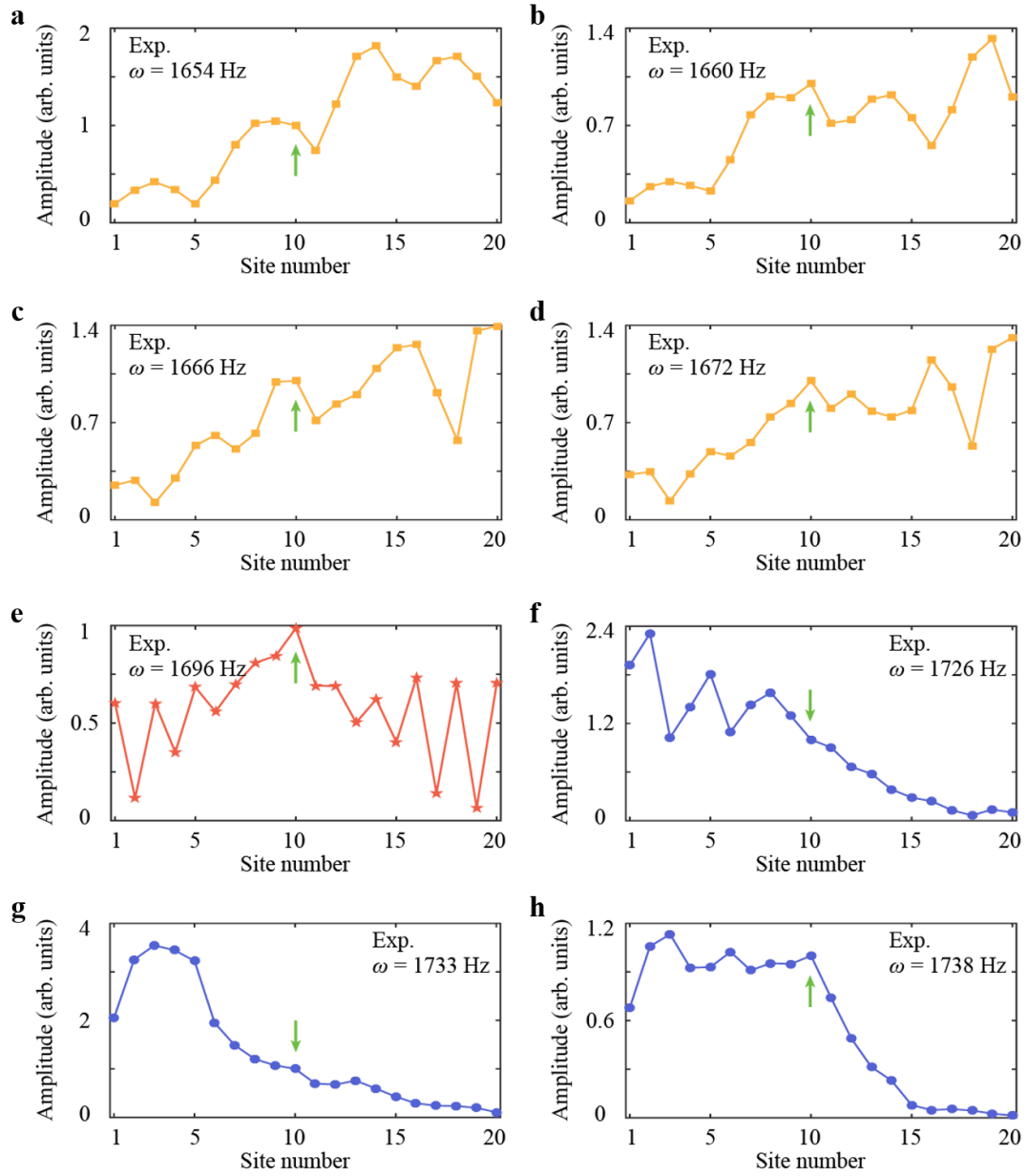


图 6.13 非厄米趋肤效应的频域实验结果。(a) – (h) 不同频率下的场强分布。实验结果以源位置 (小箭头表示) 的振幅归一化。

最后，作者也测量了在不同单元处激发时系统的场分布。此时，源被分别放置在第 6、8 和 10 个单元。在布洛赫点频率以下（约 1690 Hz），随着源向较小的单元移动，右侧边界的信号强度增加，如图 6.14 (a) 所示。在布洛赫点频率以上，左侧边界的信号强度随着源移动到较大的单元而增加，如图 6.14 (c) 所示。在布洛赫点附近，两侧边界的波强度均对激发位置不敏感，如图 6.14 (b) 所示。

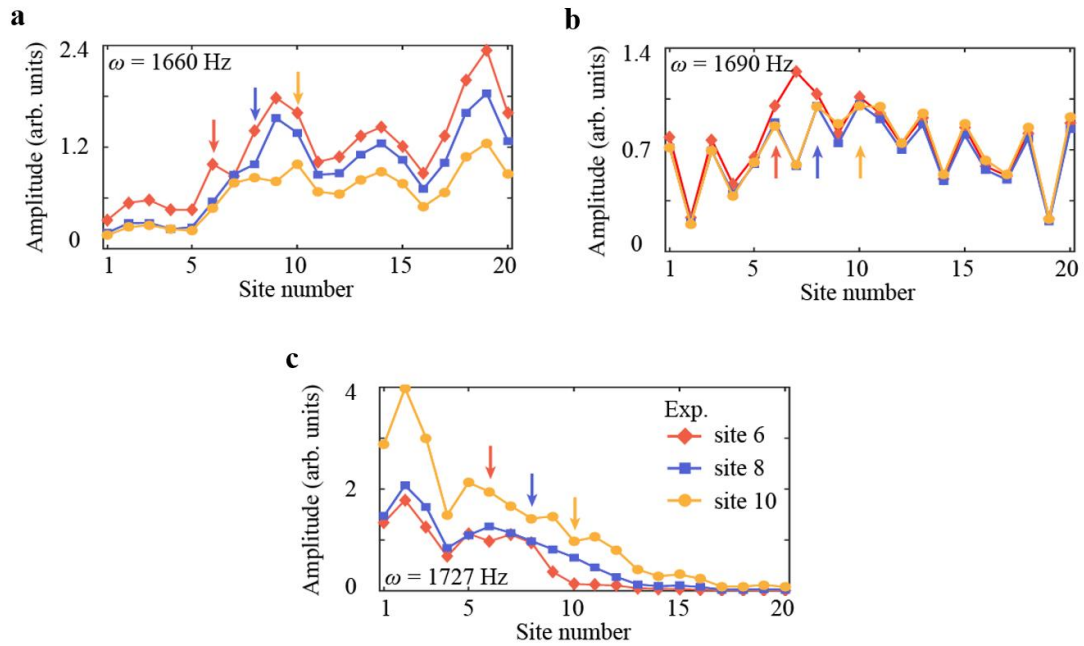


图 6.14 非厄米趋肤效应的频域实验结果。(a) - (c) 频率 $\omega = 1660$ 、1690 和 1727 Hz 时，系统实验测量的场分布，源被分别放置于第 6、8 和 10 个单元。实验结果以源位置（小箭头表示）的振幅归一化。

6.5 非厄米趋肤效应研究拓展

在本节中，作者对上述非厄米系统进行深入地拓展研究。在 6.5.1 部分中，作者拓展本文的研究方法，设计更复杂的拓扑缠绕模型。在 6.5.2 及 6.5.3 部分中，作者分别介绍非厄米趋肤效应及布洛赫波拓展态的鲁棒性。

6.5.1 基于更复杂拓扑缠绕的理论模型

由于该系统的非互易性可在任意两个单元之间应用，上述声学平台可构造更复杂的非常规拓扑缠绕。在本节中，作者主要介绍两个模型。如图 6.15 (a) 所示，该系统存在互易的最近邻耦合 $\kappa_1 = 6 \text{ Hz}$ (黄线) 和单向的最近邻耦合 $\tilde{\kappa}_a = -11 + 3.9i \text{ Hz}$ (蓝线)。该系统相应的哈密顿量为 $H = \kappa_1 e^{ika} + \kappa_1 e^{-ika} + \tilde{\kappa}_a e^{-2ika} + \omega_0 - i\gamma_0$ 。该模型与图 6.6 (a) 中的模型相似，并可通过改变狭窄波导的尺寸来调整互易耦合系数的强度。如图 6.15 (b) 所示，该系统的复平面被分为四个部分，包括三个 $\nu = -1$ 的区域(黄色阴影)和一个 $\nu = -2$ 的区域。

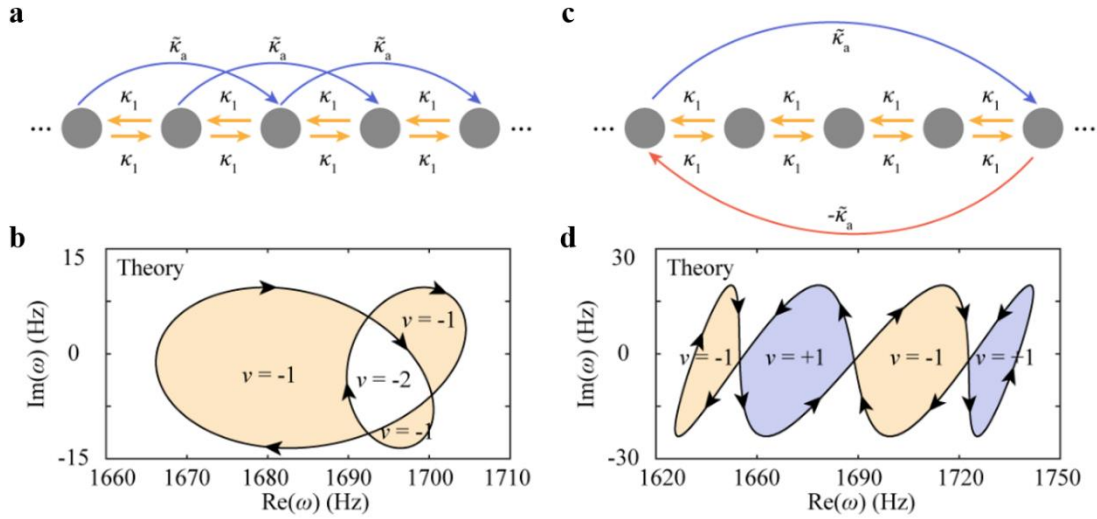


图 6.15 基于更复杂拓扑缠绕的理论模型。(a), (c) 非厄米模型的示意图；(b), (d) 数值计算的复平面。

如图 6.15 (c) 所示，另一个模型包含互易的最近邻耦合系数 κ_1 (黄线)，前向耦合系数 $\tilde{\kappa}_a$ (蓝线) 和后向负耦合系数 $-\tilde{\kappa}_a$ (红线)。单向耦合的符号可通过在有源元件上添加一个 π 移相器调节。在周期边界条件下，该系统的哈密顿量为 $H = \kappa_1 e^{ika} + \kappa_1 e^{-ika} + \tilde{\kappa}_a e^{2ika} + \tilde{\kappa}_a e^{-2ika} + \omega_0 - i\gamma_0$ 。此时，作者假设 $\kappa_1 = 24 \text{ Hz}$ 和 $\tilde{\kappa}_a = -11 + 3.9i \text{ Hz}$ 。如图 6.15 (d) 所示，该系统的复平面分别包围了拓扑缠绕数

$\nu = -1$ 、 $+1$ 、 -1 、 $+1$ 的四个区域。

6.5.2 非厄米趋肤效应鲁棒性分析

为了验证非厄米趋肤效应的鲁棒性，单向耦合 $i\kappa_a e^{i\varphi}$ 的振幅 κ_a (相位 φ) 分别被引入一个均匀分布的微扰 $\sigma_\kappa \in [-d_\kappa, d_\kappa]$ ($\sigma_\varphi \in [-d_\varphi, d_\varphi]$)。随后，作者计算每个本征态 ψ_n 的第一空间矩^[48]：

$$m_1 = \sum_{n=0}^{n_{\max}} n |\psi_n|^2. \quad (6.8)$$

其中， n 是单元的位置。对于每一组第一空间矩，需要计算其平均标准差 σ_{m1} 。假定该系统的大小为 $N = 100$ ，每次计算结果均是对 1000 次计算结果取平均。

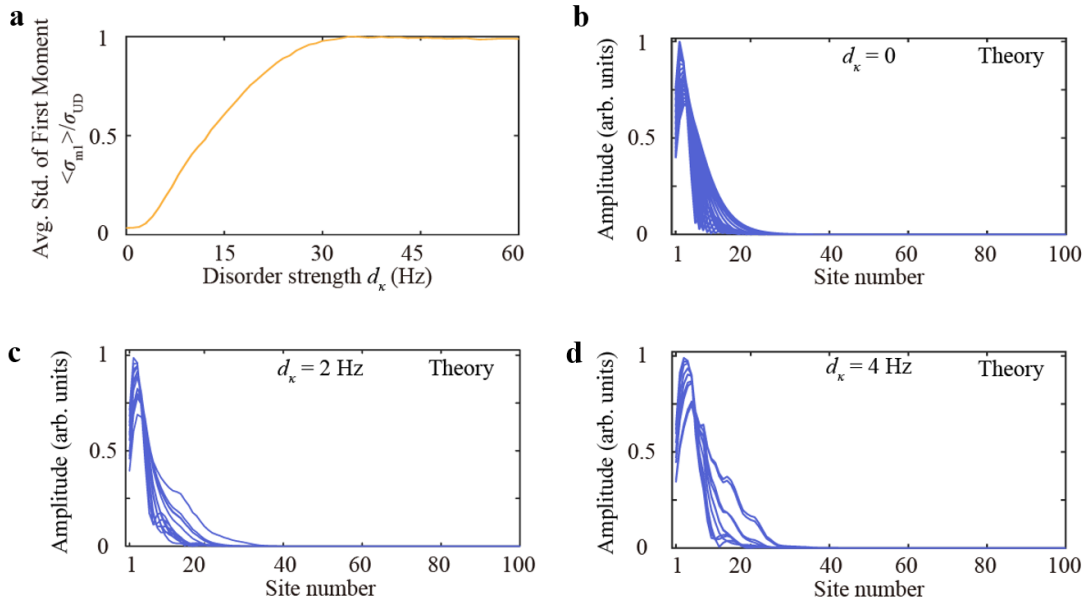


图 6.16 非厄米趋肤效应的鲁棒性。(a) 第一空间矩的平均标准偏差与微扰强度 $d\kappa$ 的关系；(b) – (d) 微扰强度为 0、2 和 4 Hz 时，数值计算本征态的场分布。

如图 6.16 (a) 和图 6.17 (a) 所示，平均标准差从 0 开始，在不断增大微扰强度的情况下逐渐收敛，该现象揭示了非厄米趋肤效应向安德森局域态的过渡情况。图 6.16 (b) – (d) 和 6.17 (b) – (d) 展示了不同微扰强度下该系统的本征

态。可见，在微小的扰动下，非厄米趋肤效应仍可存在^[48]。

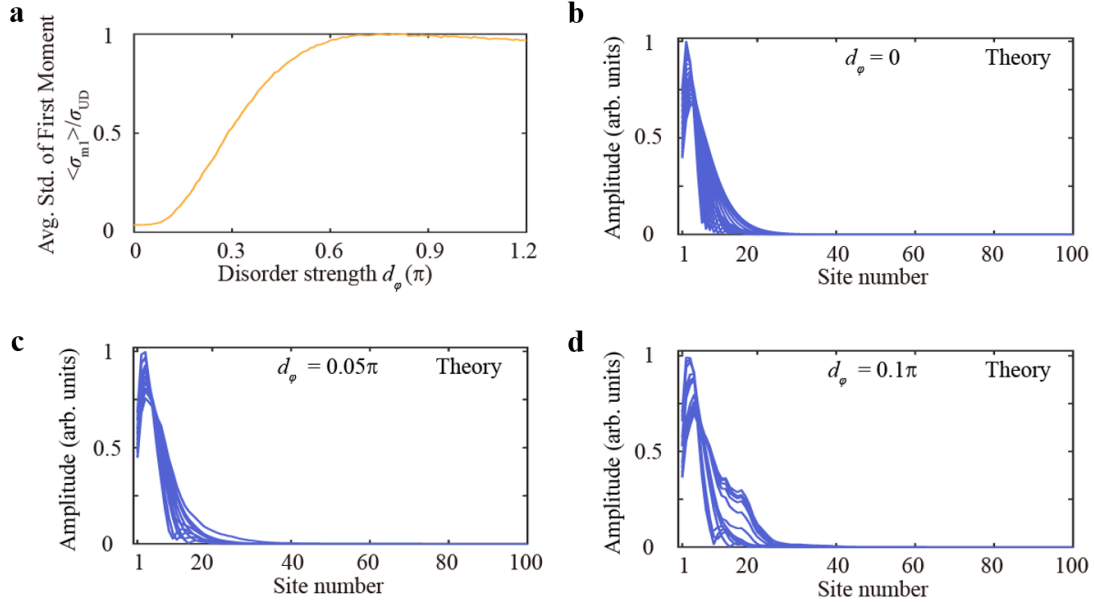


图 6.17 非厄米趋肤效应的鲁棒性。(a) 第一空间矩的平均标准偏差与微扰强度 d_φ 的关系；(b) - (d) 微扰强度为 0π 、 0.05π 和 0.1π 时，数值计算本征态的场分布。

6.5.3 布洛赫波扩展态鲁棒性分析

布洛赫点上的布洛赫波扩展态对一定程度的微扰也具有鲁棒性。为了验证其鲁棒性，单向耦合系数 $i\kappa_a e^{i\varphi}$ 的振幅 κ_a (相位 φ) 分别被引入了均匀分布的微扰 $\sigma_\kappa \in [-d_\kappa, d_\kappa]$ ($\sigma_\varphi \in [-d_\varphi, d_\varphi]$)。假设该系统大小为 $N=100$ ，该模型中存在互易的最近邻耦合 κ_1 以及单向的次近邻耦合 $\tilde{\kappa}_a$ 。作者将所有的特征态绘制为特征频率的函数^[157]。如图 6.18 及图 6.19 所示，大多数特征态都局域在左或右侧边界处，在左和右局域态之间的频率下存在布洛赫波扩展态。

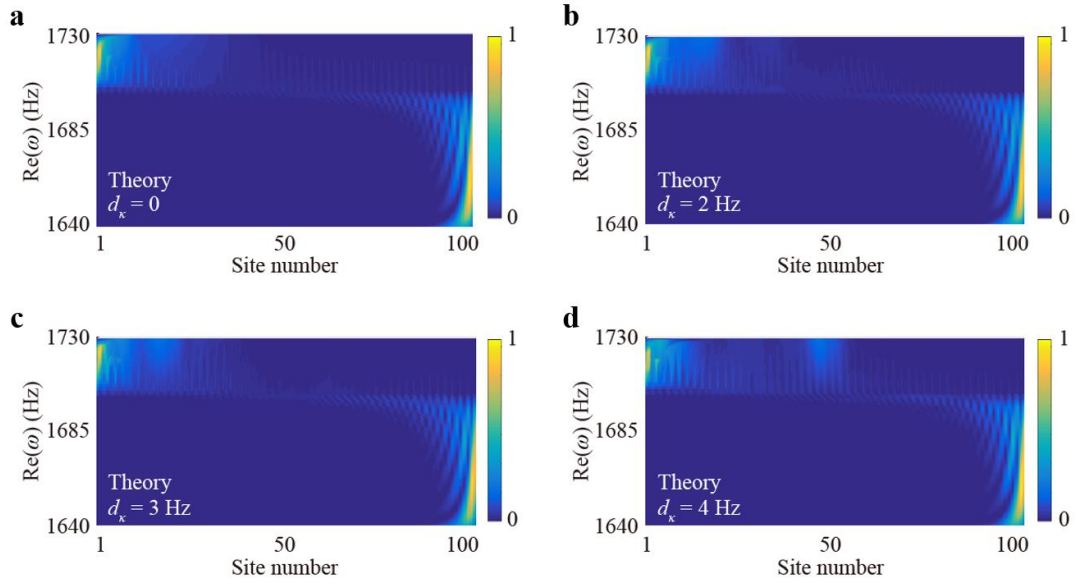


图 6.18 布洛赫波扩展态的鲁棒性。(a) - (d) 微扰强度为 σ_κ 为 0、2、3 和 4 Hz 时，数值计算所有特征态能量与特征频率和单元数之间的关系。特征态被归一化。

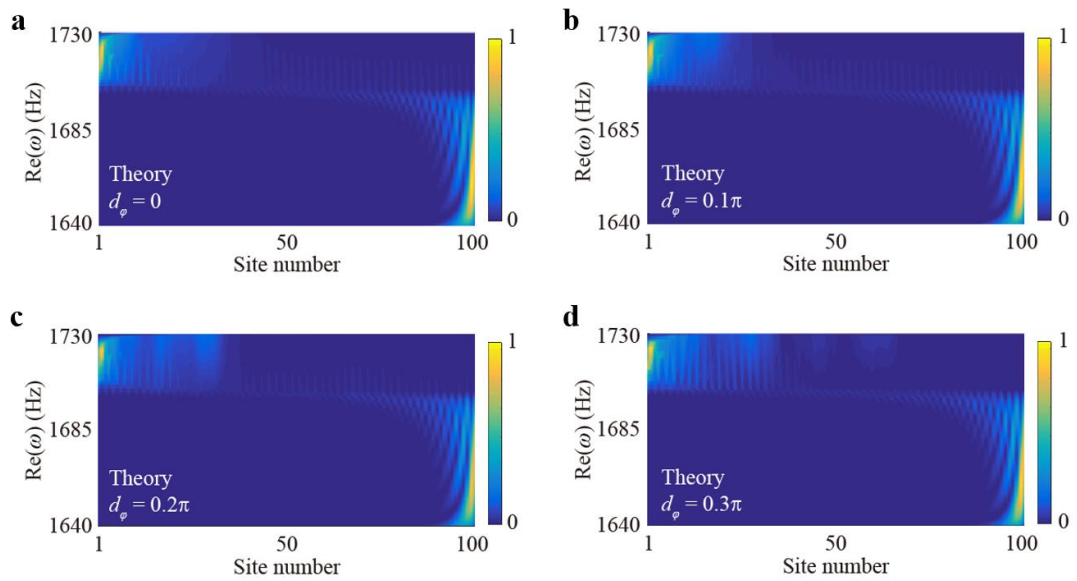


图 6.19 布洛赫波扩展态的鲁棒性。(a) - (d) 微扰强度 σ_φ 为 0π 、 0.1π 、 0.2π 和 0.3π 时，数值计算所有特征态能量与特征频率和单元数之间的关系。特征态被归一化。

6.6 本章小结

本章利用有源非互易声学系统进行了理论与实验分析，展示了非厄米趋肤效应并揭示不同拓扑缠绕数间的现象差异。本工作所设计的声学平台可以控制任意两个单元之间的非互易耦合，由此可实现复杂的非常规拓扑缠绕数。由于非厄米趋肤效应破坏了传统的体-边对应关系，研究非厄米拓扑声学系统中的体-边对应关系和广义布里渊区具有重要的研究价值。虽然本章的实验是在一维系统中进行，但目前的设计方案可扩展到二维或三维系统中，这将丰富非厄米系统的拓扑性，并推动高阶非厄米趋肤效应等物理现象的研究。此外，本章的反馈机制可用于设计声学 and 电磁波领域中具有非厄米性、时间依赖性及非线性的非互易耦合。本章的研究成果为实现高灵敏度声学传感器、紧凑的单向波导和新型放大器提供了新的设计方法。

本章的相关工作已在 *Nature Communications* 期刊上发表。

7 总结与展望

电磁器件在电子信息、量子计算、航空航天等领域具有广阔的应用前景。随着人工智能、大数据、物联网等科技的迅猛发展，已有电磁器件的性能难以满足应用需求。因此，石墨烯、光学拓扑绝缘体等概念被提出以解决上述问题。光学拓扑绝缘体的内部不可传导电磁波，但其表面可以传输对拐弯、无序、杂质等障碍“免疫”的表面波。该受拓扑保护的电磁传输为未来高性能电磁器件的实现提供了新的研究思路。因此，研究人员对光学拓扑绝缘体的理论及应用展开了广泛的研究。

本论文从一维、二维、高阶及非厄米光学拓扑绝缘体着手，探究其中的物理机理及应用前景，并进行了大量的理论及实验研究。研究内容聚焦于基于一维电磁拓扑绝缘体的拓扑无线能量传输系统、基于基底集成波导的量子谷霍尔光学拓扑绝缘体、基于表面波光子晶体的高阶光学拓扑绝缘体以及基于有源放大电路的非厄米非互易系统。本文的研究工作提出了新型光学拓扑绝缘体的设计方法和实现方案，发展了光学拓扑绝缘体的实验表征方法，设计制备了新型光学拓扑绝缘体电磁器件，推进了光学拓扑绝缘体领域的基础理论、器件应用及学科交叉等方面的发展。

最后，作者对本文的研究工作进行总结并对未来的研究工作进行展望：

1. **一维光学拓扑绝缘体研究方向** 针对传统无线能量传输系统无法同时满足远距离传输与抗微扰高效率传输的局限性，本文提出拓扑无线能量传输系统的设计方法。本文利用耦合模理论分析了拓扑无线能量传输系统的传输特性，实验验证了该系统的传输特性，并证实了该拓扑无线能量传输系统的鲁棒性。该工作将拓扑电磁学、非厄米物理、无线能量传输技术三者结合，不仅可推广为探索非厄米拓扑物理的研究平台，还可为未来电子、交通运输和工业中的长距离无线能量传输提供稳定、高效的传输平台。

在后续的工作中,作者将进一步引入非线性器件,研究该器件对拓扑无线能量传输系统性能的影响。

2. **二维光学拓扑绝缘体研究方向** 针对光学拓扑绝缘体难集成和体积大等问题,本文提出了基底集成谷霍尔光学拓扑绝缘体的设计方法。本文利用基底集成电路设计了谷霍尔光学拓扑绝缘体单元结构,理论分析了该结构中能带、谷扭结态的特性,仿真分析并实验验证了该谷扭结态对拐角及多种无序等障碍的鲁棒性,利用谷态锁定特性,提出并实验验证了拓扑通道交叉器。该工作所设计的基底集成谷霍尔光学拓扑绝缘体具有亚波长厚度和良好的自洽电屏蔽性,可与传统基底集成波导电路兼容,为未来拓扑波导电路提供实现方案。在后续的工作中,可将基底集成电路设计方法拓展到具有量子自旋霍尔效应的光学拓扑绝缘体。
3. **二维高阶光学拓扑绝缘体研究方向** 针对高阶光学拓扑绝缘体工作频率有限及体积大等局限性,本文提出并实现了基于表面波光子晶体的二维高阶光学拓扑绝缘体的设计方法。本文理论分析该设计方法的可行性,并进行实验证明。在本工作中,作者首次实现表面波高阶光学拓扑绝缘体,并验证了拓扑角态的存在和鲁棒性。本工作的设计原理可适用于太赫兹、近红外等频段中高阶拓扑态的设计,并为未来光电设备的可集成性提供研究思路。在后续的工作中,作者将利用该设计原理研究太赫兹频段的高阶拓扑角态。
4. **非厄米拓扑研究方向** 针对非厄米系统的实验研究局限于单拓扑缠绕数的现状,本文提出基于有源放大电路的可调控非厄米非互易系统设计方法。本文首先利用有源放大电路设计了非厄米非互易系统;通过调节系统中最近邻单元之间的非互易耦合,实现了基于单拓扑缠绕数的非厄米趋肤效应;通过调节次近邻单元之间的非互易耦合,实现了基于扭曲拓扑缠绕数的非厄米趋肤效应。在该工作中,作者首次实验观察到基于扭曲拓扑缠绕数的双极型非厄米趋肤效应及布洛赫波拓展态。该工作对非厄米系

统中非厄米趋肤效应有着重要的研究价值。在后续工作中，作者将基于该工作原理及实验方法，实现二维及三维系统中非厄米趋肤效应。

参考文献

- [1] Knott E F. Suppression of edge scattering with impedance strings[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1997, 45: 1768-1773.
- [2] Lee W-S, Lee S-J, Lee D-J, et al. TE scattering from concaved wedges with longitudinal corrugations[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2013, 61 (4): 2355-2359.
- [3] Xie X, Li X, Pu M, et al. Plasmonic metasurfaces for simultaneous thermal infrared invisibility and holographic illusion[J]. Advanced Functional Materials, 2018, 28 (14): 1706673.
- [4] Hou H, Long J, Wang J, et al. Reduced electromagnetic edge scattering using inhomogeneous anisotropic impedance surfaces[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2017, 65 (3): 1193-1201.
- [5] Li X, Feng M, Wang J, et al. Suppressing edge back-scattering of electromagnetic waves using coding metasurface purple[J]. Frontiers in Physics, 2020, 8: 578295.
- [6] Klitzing K V, Dorda G, Pepper M. New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance[J]. Physical Review Letters, 1980, 45 (6): 494-497.
- [7] Thouless D J, Kohmoto M, Nightingale M P, et al. Quantized Hall conductance in a two-dimensional periodic potential[J]. Physical Review Letters, 1982, 49 (6): 405-408.
- [8] Haldane F D. Model for a quantum Hall effect without Landau levels: Condensed-matter realization of the "parity anomaly"[J]. Physical Review Letters, 1988, 61 (18): 2015-2018.
- [9] Kane C L, Mele E J. Quantum spin Hall effect in graphene[J]. Physical Review Letters, 2005, 95 (22): 226801.
- [10] Bernevig B A, Zhang S C. Quantum spin Hall effect[J]. Physical Review Letters,

- 2006, 96 (10): 106802.
- [11] Haldane F D M, Raghu S. Possible realization of directional optical waveguides in photonic crystals with broken time-reversal symmetry[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100 (1): 013904.
- [12] Wang Z, Chong Y, Joannopoulos J D, et al. Observation of unidirectional backscattering-immune topological electromagnetic states[J]. *Nature*, 2009, 461 (7265): 772-775.
- [13] Su W P, Schrieffer J R, Heeger A J. Solitons in polyacetylene[J]. *Physical Review Letters*, 1979, 42 (25): 1698-1701.
- [14] Hatano N, Nelson D R. Localization transitions in non-Hermitian quantum mechanics[J]. *Physical Review Letters*, 1996, 77: 570-573.
- [15] Ganeshan S, Sun K, Das Sarma S. Topological zero-energy modes in gapless commensurate Aubry-Andre-Harper models[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 110 (18): 180403.
- [16] Skirlo S A, Lu L, Igarashi Y, et al. Experimental observation of large Chern numbers in photonic crystals[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 115 (25): 253901.
- [17] Hafezi M, Demler E A, Lukin M D, et al. Robust optical delay lines with topological protection[J]. *Nature Physics*, 2011, 7 (11): 907-912.
- [18] Wu L H, Hu X. Scheme for achieving a topological photonic crystal by using dielectric material[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114 (22): 223901.
- [19] Cheng X, Jouvaud C, Ni X, et al. Robust reconfigurable electromagnetic pathways within a photonic topological insulator[J]. *Nature Materials*, 2016, 15: 542-548.
- [20] Yang Y, Xu Y F, Xu T, et al. Visualization of a unidirectional electromagnetic waveguide using topological photonic crystals made of dielectric materials[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120 (21): 217401.
- [21] Xia B-Z, Liu T-T, Huang G-L, et al. Topological phononic insulator with robust pseudospin-dependent transport[J]. *Physical Review B*, 2017, 96 (9): 094106.
- [22] He C, Ni X, Ge H, et al. Acoustic topological insulator and robust one-way sound

- transport[J]. *Nature Physics*, 2016, 12 (12): 1124-1129.
- [23] Yu S Y, He C, Wang Z, et al. Elastic pseudospin transport for integratable topological phononic circuits[J]. *Nature Communications*, 2018, 9 (1): 3072.
- [24] Xue H, Yang Y, Zhang B. Topological valley photonics: physics and device applications[J]. *Advanced Photonics Research*, 2021, 2 (8): 2100013.
- [25] Ma T, Shvets G. All-Si valley-Hall photonic topological insulator[J]. *New Journal of Physics*, 2016, 18 (2): 025012.
- [26] Chen X-D, Zhao F-L, Chen M, et al. Valley-contrasting physics in all-dielectric photonic crystals: Orbital angular momentum and topological propagation[J]. *Physical Review B*, 2017, 96 (2): 020202.
- [27] Gao F, Xue H, Yang Z, et al. Topologically protected refraction of robust kink states in valley photonic crystals[J]. *Nature Physics*, 2017, 14 (2): 140-144.
- [28] Noh J, Huang S, Chen K P, et al. Observation of photonic topological valley Hall edge states[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120 (6): 063902.
- [29] Lu L, Fu L, Joannopoulos J D, et al. Weyl points and line nodes in gyroid photonic crystals[J]. *Nature Photonics*, 2013, 7 (4): 294-299.
- [30] Yang B, Guo Q, Tremain B, et al. Ideal Weyl points and helicoid surface states in artificial photonic crystal structures[J]. *Science*, 2018, 359: 1013-1016.
- [31] Wang D, Yang B, Gao W, et al. Photonic Weyl points due to broken time-reversal symmetry in magnetized semiconductor[J]. *Nature Physics*, 2019, 15 (11): 1150-1155.
- [32] Lu L, Fang C, Fu L, et al. Symmetry-protected topological photonic crystal in three dimensions[J]. *Nature Physics*, 2016, 12 (4): 337-340.
- [33] Wang H X, Chen Y, Hang Z H, et al. Type-II Dirac photons[J]. *Npj Quantum Materials*, 2017, 2 (1): 54.
- [34] Yang Y, Gao Z, Xue H, et al. Realization of a three-dimensional photonic topological insulator[J]. *Nature*, 2019, 565: 662-626.
- [35] Burkov A A, Hook M D, Balents L. Topological nodal semimetals[J]. *Physical Review B*, 2011, 84 (23): 235126.
- [36] Xiao M, Sun X-Q, Fan S. Nodal chain semimetal in geometrically frustrated

- systems[J]. *Physical Review B*, 2019, 99 (9): 094206.
- [37] Slobozhanyuk A, Mousavi S H, Ni X, et al. Three-dimensional all-dielectric photonic topological insulator[J]. *Nature Photonics*, 2017, 11: 130-136.
- [38] Benalcazar W A, Bernevig B A, Hughes T L. Quantized electric multipole insulators[J]. *Science*, 2017, 357: 61-66.
- [39] El-Ganainy R, Makris K G, Khajavikhan M, et al. Non-Hermitian physics and PT symmetry[J]. *Nature Physics*, 2018, 14 (1): 11-19.
- [40] Schindler J, Li A, Zheng M C, et al. Experimental study of active LRC circuits with PT symmetries[J]. *Physical Review A*, 2011, 84: 040101.
- [41] Bittner S, Dietz B, Gunther U, et al. PT symmetry and spontaneous symmetry breaking in a microwave billiard[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 108 (2): 024101.
- [42] Bender C M, Berntson B K, Parker D, et al. Observation of PT phase transition in a simple mechanical system[J]. *American Journal of Physics*, 2013, 81 (3): 173-179.
- [43] Fleury R, Sounas D, Alu A. An invisible acoustic sensor based on parity-time symmetry[J]. *Nature Communications*, 2015, 6: 5905.
- [44] Yao S, Wang Z. Edge states and topological invariants of non-Hermitian systems[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121 (8): 086803.
- [45] Song F, Yao S, Wang Z. Non-Hermitian skin effect and chiral damping in open quantum systems[J]. *Physics Review Letters*, 2019, 123 (17): 170401.
- [46] Okuma N, Kawabata K, Shiozaki K, et al. Topological origin of non-Hermitian skin effects[J]. *Physics Review Letters*, 2020, 124 (8): 086801.
- [47] Xiao L, Deng T, Wang K, et al. Non-Hermitian bulk-boundary correspondence in quantum dynamics[J]. *Nature Physics*, 2020, 16 (7): 761-766.
- [48] Weidemann S, Kremer M, Helbig T, et al. Topological funneling of light[J]. *Science*, 2020, 368 (6488): 311-314.
- [49] Helbig T, Hofmann T, Imhof S, et al. Generalized bulk-boundary correspondence in non-Hermitian topoelectrical circuits[J]. *Nature Physics*, 2020, 16: 747-750.
- [50] Hofmann T, Helbig T, Schindler F, et al. Reciprocal skin effect and its realization

- in a topoelectrical circuit[J]. *Physical Review Research*, 2020, 2 (2): 023265
- [51] Li L, Lee C H, Gong J. Topological switch for non-Hermitian skin effect in cold-atom systems with loss[J]. *Physics Review Letters*, 2020, 124 (25): 250402.
- [52] Scheibner C, Irvine W T M, Vitelli V. Non-Hermitian band topology and skin modes in active elastic media[J]. *Physics Review Letters*, 2020, 125 (11): 118001.
- [53] Yi Y, Yang Z. Non-Hermitian skin modes induced by on-site dissipations and chiral tunneling effect[J]. *Physics Review Letters*, 2020, 125 (18): 186802.
- [54] Gao P, Willatzen M, Christensen J. Anomalous topological edge states in non-Hermitian piezophononic media[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 125 (20): 206402.
- [55] Ghatak A, Brandenbourger M, Van Wezel J, et al. Observation of non-Hermitian topology and its bulk–edge correspondence in an active mechanical metamaterial[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2020, 117 (47): 29561-29568.
- [56] Bergholtz E J, Budich J C, Kunst F K. Exceptional topology of non-Hermitian systems[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2021, 93 (1): 015005.
- [57] He C, Chen X-L, Lu M-H, et al. Left-handed and right-handed one-way edge modes in a gyromagnetic photonic crystal[J]. *Journal of Applied Physics*, 2010, 107 (12): 123117.
- [58] He C, Chen X-L, Lu M-H, et al. Tunable one-way cross-waveguide splitter based on gyromagnetic photonic crystal[J]. *Applied Physics Letters*, 2010, 96: 111111.
- [59] Zeng Y, Chattopadhyay U, Zhu B, et al. Electrically pumped topological laser with valley edge modes[J]. *Nature*, 2020, 578 (7794): 246-250.
- [60] Yang Y, Yamagami Y, Yu X, et al. Terahertz topological photonics for on-chip communication[J]. *Nature Photonics*, 2020, 14 (7): 446-451.
- [61] Zhang L, Yang Y, He M, et al. Valley kink states and topological channel intersections in substrate-integrated photonic circuitry[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2019, 13: 1900159.
- [62] Wu X, Meng Y, Tian J, et al. Direct observation of valley-polarized topological edge states in a designer surface plasmon crystals[J]. *Nature Communication*,

- 2017, 8: 1304.
- [63] Qiao Z, Jung J, Lin C, et al. Current partition at topological channel intersections[J]. *Physical Review Letters*, 2014, 112: 206601.
- [64] Zhang L, Yang Y, Jiang Z, et al. Demonstration of topological wireless power transfer[J]. *Science Bulletin*, 2021, 66 (10): 974-980.
- [65] Lin Z, Ramezani H, Eichelkraut T, et al. Unidirectional invisibility induced by PT-symmetric periodic structures[J]. *Physical Review Letters*, 2011, 106: 213901.
- [66] Ramezani H, Kottos T, El-Ganainy R, et al. Unidirectional nonlinear PT-symmetric optical structures[J]. *Physical Review A*, 2010, 82: 043803.
- [67] Feng L, Xu Y L, Fegadolli W S, et al. Experimental demonstration of a unidirectional reflectionless parity-time metamaterial at optical frequencies[J]. *Nature Materials*, 2013, 12: 108-113.
- [68] Hodaei H, Hassan A U, Wittek S, et al. Enhanced sensitivity at higher-order exceptional points[J]. *Nature*, 2017, 548 (7666): 187-191.
- [69] Chen W, Kaya O S, Zhao G, et al. Exceptional points enhance sensing in an optical microcavity[J]. *Nature*, 2017, 548 (7666): 192-196.
- [70] Zeng C, Sun Y, Li G, et al. Enhanced sensitivity at high-order exceptional points in a passive wireless sensing system[J]. *Optics Express*, 2019, 27 (20): 27562-27572.
- [71] Zak J. Berry's phase for energy bands in solids[J]. *Physical Review Letters*, 1989, 62 (23): 2747-2750.
- [72] Delplace P, Ullmo D, Montambaux G. Zak phase and the existence of edge states in graphene[J]. *Physical Review B*, 2011, 84: 95452.
- [73] Ryu S, Hatsugai Y. Topological origin of zero-energy edge states in particle-hole symmetric systems[J]. *Physical Review Letters*, 2002, 89: 077002.
- [74] Malkova N. Observation of optical Shockley-like surface states in photonic superlattices[J]. *Optics Lett*, 2009, 34 (11): 1633-1635.
- [75] Keil R, Zeuner J M, Dreisow F, et al. The random mass Dirac model and long-range correlations on an integrated optical platform[J]. *Nature Communications*,

- 2013, 4: 1368.
- [76] Xiao M, Zhang Z Q, Chan C T. Surface impedance and bulk band geometric phases in one-dimensional systems[J]. *Physical Review X*, 2014, 4: 021017.
- [77] Tan W, Sun Y, Chen H, et al. Photonic simulation of topological excitations in metamaterials[J]. *Scientific Reports*, 2014, 4: 3842.
- [78] Yannopapas V. Dirac points, topological edge modes and nonreciprocal transmission in one-dimensional metamaterial-based coupled-cavity arrays[J]. *International Journal of Modern Physics B*, 2013, 28: 1441006.
- [79] Poddubny A, Miroshnichenko A, Slobozhanyuk A, et al. Topological Majorana states in zigzag chains of plasmonic nanoparticles[J]. *ACS Photonics*, 2014, 1 (2): 101-105.
- [80] Kruk S, Slobozhanyuk A, Denkova D, et al. Edge states and topological phase transitions in chains of dielectric nanoparticles[J]. *Small*, 2017, 13: 1603190.
- [81] Ling C W, Xiao M, Chan C T, et al. Topological edge plasmon modes between diatomic chains of plasmonic nanoparticles[J]. *Optics Express*, 2015, 23 (3): 2021-2031.
- [82] Sinev I S, Mukhin I S, Slobozhanyuk A P, et al. Mapping plasmonic topological states at the nanoscale[J]. *Nanoscale*, 2015, 7 (28): 11904-8.
- [83] Slobozhanyuk A P, Poddubny A N, Miroshnichenko A E, et al. Subwavelength topological edge states in optically resonant dielectric structures[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114 (12): 123901.
- [84] Solnyshkov D D, Nalitov A V, Malpuech G. Kibble-Zurek mechanism in topologically nontrivial zigzag chains of polariton micropillars[J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116 (4): 046402.
- [85] Kitagawa T. Topological phenomena in quantum walks: Elementary introduction to the physics of topological phases[J]. *Quantum Information Processing*, 2012, 11 (5): 1107-1148.
- [86] Cardano F. Quantum walks and wavepacket dynamics on a lattice with twisted photons[J]. *Science Advances*, 2015, 1: 1500087.
- [87] Cardano F, Maffei M, Massa F, et al. Statistical moments of quantum-walk

- dynamics reveal topological quantum transitions[J]. *Nature Communications*, 2016, 7: 11439.
- [88] Cardano F, D'errico A, Dauphin A, et al. Detection of Zak phases and topological invariants in a chiral quantum walk of twisted photons[J]. *Nature Communications*, 2017, 8: 15516.
- [89] Barkhofen S, Nitsche T, Elster F, et al. Measuring topological invariants in disordered discrete-time quantum walks[J]. *Physical Review A*, 2017, 96 (3): 033846.
- [90] Kane C L. Topological band theory and the \mathbb{Z}_2 invariant[J]. *Contemporary Concepts of Condensed Matter Science*, 2013, 6: 3-34.
- [91] Berry M V. Quantal phase factors accompanying adiabatic changes[J]. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 1997, 392 (1802): 45-57.
- [92] Raghu S, Haldane F D M. Analogs of quantum-Hall-effect edge states in photonic crystals[J]. *Physical Review A*, 2008, 78 (3): 033834.
- [93] Hasan M Z, Kane C L. Colloquium: Topological insulators[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2010, 82 (4): 3045-3067.
- [94] Mong R S K, Shivamoggi V. Edge states and the bulk-boundary correspondence in Dirac Hamiltonians[J]. *Physical Review B*, 2011, 83 (12): 125109.
- [95] Ezawa M. Topological Kirchhoff law and bulk-edge correspondence for valley Chern and spin-valley Chern numbers[J]. *Physical Review B*, 2013, 88: 161406.
- [96] Jin D, Lu L, Wang Z, et al. Topological magnetoplasmon[J]. *Nature Communications*, 2016, 7: 13486.
- [97] Zang X, Jiang C. Edge mode in nonreciprocal photonic crystal waveguide: manipulating the unidirectional electromagnetic pulse dynamically[J]. *Journal Of The Optical Society Of America B-optical Physics*, 2011, 28 (3): 554-557.
- [98] Fu J-X, Liu R-J, Li Z-Y. Robust one-way modes in gyromagnetic photonic crystal waveguides with different interfaces[J]. *Applied Physics Letters*, 2010, 97 (4): 041112.
- [99] Qiu W, Wang Z, Soljačić M. Broadband circulators based on directional coupling

- of one-way waveguides[J]. *Optics Express*, 2011, 22: 22248-22257.
- [100] Zhang L, Yang D, Chen K, et al. Design of nonreciprocal waveguide devices based on two-dimensional magneto-optical photonic crystals[J]. *Optics & Laser Technology*, 2013, 50: 195-201.
- [101] Yang Y, Poo Y, Wu R-X, et al. Experimental demonstration of one-way slow wave in waveguide involving gyromagnetic photonic crystals[J]. *Applied Physics Letters*, 2013, 102 (23): 231113.
- [102] Ma T, Khanikaev A B, Mousavi S H, et al. Guiding electromagnetic waves around sharp corners: Topologically protected photonic transport in metawaveguides[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114 (12): 127401.
- [103] Li Y M, Xiao J, Chang K. Topological magnon modes in patterned ferrimagnetic insulator thin films[J]. *Nano Letters*, 2018, 18 (5): 3032-3037.
- [104] Qiao Z, Jung J, Niu Q, et al. Electronic highways in bilayer graphene[J]. *Nano Letters*, 2011, 11 (8): 3453-3459.
- [105] Ren Y, Qiao Z, Niu Q. Topological phases in two-dimensional materials: a review[J]. *Reports on Progress in Physics*, 2016, 79 (6): 066501.
- [106] Gao Z, Yang Z, Gao F, et al. Valley surface-wave photonic crystal and its bulk/edge transport[J]. *Physical Review B*, 2017, 96: 201402.
- [107] Lu L, Wang Z, Ye D, et al. Experimental observation of Weyl points[J]. *Science*, 2015, 349: 622-624.
- [108] Noh J, Huang S, Leykam D, et al. Experimental observation of optical Weyl points and Fermi arc-like surface states[J]. *Nature Physics*, 2017, 13 (6): 611-617.
- [109] Yang Y, Gao Z, Feng X, et al. Ideal unconventional Weyl point in a chiral photonic metamaterial[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 125 (14): 143001.
- [110] Vaidya S, Noh J, Cerjan A, et al. Observation of a charge-2 photonic Weyl point in the infrared[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 125 (25): 253902.
- [111] Liu C-X, Ye P, Qi X-L. Chiral gauge field and axial anomaly in a Weyl semimetal[J]. *Physical Review B*, 2013, 87: 235306.
- [112] Jia H. Observation of chiral zero mode in inhomogeneous three-dimensional

- Weyl metamaterials[J]. *Science* 2019, 363: 148-151.
- [113] Kotetes P, Mercaldo M T, Cuoco M. Synthetic Weyl points and chiral anomaly in majorana devices with nonstandard Andreev-bound-state spectra[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 123 (12): 126802.
- [114] Gooth J, Niemann A C, Meng T, et al. Experimental signatures of the mixed axial-gravitational anomaly in the Weyl semimetal NbP[J]. *Nature*, 2017, 547 (7663): 324-327.
- [115] O'brien T E, Diez M, Beenakker C W. Magnetic breakdown and Klein tunneling in a type-II Weyl semimetal[J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116 (23): 236401.
- [116] Fu L. Topological crystalline insulators[J]. *Physical Review Letters*, 2011, 106 (10): 106802.
- [117] Lu L, Gao H, Wang Z. Topological one-way fiber of second Chern number[J]. *Nature Communications*, 2018, 9 (1): 5384.
- [118] Benalcazar W A, Bernevig B A, Hughes T L. Electric multipole moments, topological multipole moment pumping, and chiral hinge states in crystalline insulators[J]. *Physical Review B*, 2017, 96: 245115.
- [119] Serra-Garcia M, Peri V, Susstrunk R, et al. Observation of a phononic quadrupole topological insulator[J]. *Nature*, 2018, 555 (7696): 342-345.
- [120] Peterson C W, Benalcazar W A, Hughes T L, et al. A quantized microwave quadrupole insulator with topologically protected corner states[J]. *Nature*, 2018, 555 (7696): 346-350.
- [121] Schindler F, Cook A M, Vergniory M G, et al. Higher-order topological insulators[J]. *Science Advances*, 2018, 4: eaat0346.
- [122] Langbehn J, Peng Y, Trifunovic L, et al. Reflection-symmetric second-order topological insulators and superconductors[J]. *Physical Review Letters*, 2017, 119: 246401.
- [123] Song Z, Fang Z, Fang C. (d-2)-Dimensional edge states of rotation symmetry protected topological states[J]. *Physical Review Letters*, 2017, 119 (24): 246402.
- [124] Imhof S, Berger C, Bayer F, et al. Topoelectrical-circuit realization of topological corner modes[J]. *Nature Physics*, 2018, 14: 925-929.

- [125] Noh J, Hughes T L, Benalcaza W A, et al. Topological protection of photonic mid-gap defect modes[J]. *Nature Photonics*, 2018, 12: 408-415.
- [126] Xie B-Y, Wang H-F, Wang H-X, et al. Second-order photonic topological insulator with corner states[J]. *Physical Review B*, 2018, 98 (20): 205147
- [127] Li F F, Wang H X, Xiong Z, et al. Topological light-trapping on a dislocation[J]. *Nature Communications*, 2018, 9 (1): 2462.
- [128] Xie B Y, Wang H F, Wang H-X, et al. Second-order photonic topological insulator with corner states[J]. *Physical Review B*, 2018, 98: 205147.
- [129] Xie B Y, Su G X, Wang H F, et al. Visualization of higher-order topological insulating phases in two-dimensional dielectric photonic crystals[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122 (23): 233903.
- [130] Chen X D, Deng W M, Shi F L, et al. Direct observation of corner states in second-order topological photonic crystal slabs[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122 (23): 233902.
- [131] Liu F, Wakabayashi K. Novel topological phase with a zero Berry curvature[J]. *Physical Review Letters*, 2017, 118 (7): 076803.
- [132] Ota Y, Liu F, Katsumi R, et al. Photonic crystal nanocavity based on a topological corner state[J]. *Optica*, 2019, 6 (6): 786.
- [133] Hassan A E, Kunst F K, Moritz A, et al. Corner states of light in photonic waveguides[J]. *Nature Photonics*, 2019, 13 (10): 697-700.
- [134] Ezawa M. Higher-order topological electric circuits and topological corner resonance on the breathing kagome and pyrochlore lattices[J]. *Physical Review B*, 2018, 98: 201402.
- [135] Kim M, Rho J. Topological edge and corner states in a two-dimensional photonic Su-Schrieffer-Heeger lattice[J]. *Nanophotonics*, 2020, 9 (10): 3227-3234.
- [136] Kang B, Shiozaki K, Cho G Y. Many-body order parameters for multipoles in solids[J]. *Physical Review B*, 2019, 100: 245134.
- [137] Wheeler W A, Wagner L K, Hughes T L. Many-body electric multipole operators in extended systems[J]. *Physical Review B*, 2019, 100: 245135.
- [138] Mittal S, Orre V V, Zhu G, et al. Photonic quadrupole topological phases[J].

- Nature Photonics, 2019, 10: 1038.
- [139] Bao J, Zou D, Zhang W, et al. Topoelectrical circuit octupole insulator with topologically protected corner states[J]. Physical Review B, 2019, 100: 201406.
- [140] Xie X, Zhang W, He X, et al. Cavity quantum electrodynamics with second-order topological corner state[J]. Laser & Photonics Reviews, 2020, 14: 1900425.
- [141] Zhang W, Xie X, Hao H, et al. Low-threshold topological nanolasers based on the second-order corner state[J]. Light: Science & Applications 2020, 9: 109.
- [142] Kim H R, Hwang M S, Smirnova D, et al. Multipolar lasing modes from topological corner states[J]. Nature Communications, 2020, 11: 5758.
- [143] Rüter C E, Makris K G, El-Ganainy R, et al. Observation of parity-time symmetry in optics[J]. Nature Physics, 2010, 6 (3): 192-195.
- [144] Regensburger A, Bersch C, Miri M A, et al. Parity-time synthetic photonic lattices[J]. Nature, 2012, 488 (7410): 167-71.
- [145] Miri M A, Alu A. Exceptional points in optics and photonics[J]. Science, 2019, 363 (6422): 42.
- [146] Peng B, Özdemir S K, Lei F, et al. Parity-time-symmetric whispering-gallery microcavities[J]. Nature Physics, 2014, 10 (5): 394-398.
- [147] Choi Y, Hahn C, Yoon J W, et al. Observation of an anti-PT-symmetric exceptional point and energy-difference conserving dynamics in electrical circuit resonators[J]. Nature Communications, 2018, 9: 2182.
- [148] Guo A, Salamo G J, Duchesne D, et al. Observation of PT-symmetry breaking in complex optical potentials[J]. Physical Review Letters, 2009, 103: 093902.
- [149] Zhen B, Hsu C W, Igarashi Y, et al. Spawning rings of exceptional points out of Dirac cones[J]. Nature, 2015, 525 (7569): 354-358.
- [150] Musslimani Z H, Makris K G, El-Ganainy R, et al. Optical solitons in PT periodic potentials[J]. Physical Review Letters, 2008, 100: 030402.
- [151] Doppler J, Mailybaev A A, Bohm J, et al. Dynamically encircling an exceptional point for asymmetric mode switching[J]. Nature, 2016, 537 (7618): 76-79.
- [152] Xu H, Mason D, Jiang L, et al. Topological energy transfer in an optomechanical system with exceptional points[J]. Nature, 2016, 537 (7618): 80-83.

- [153] Assawaworrarit S, Fan S. Robust and efficient wireless power transfer using a switch-mode implementation of a nonlinear parity-time symmetric circuit[J]. *Nature Electronics*, 2020, 3 (5): 273-279.
- [154] Assawaworrarit S, Yu X, Fan S. Robust wireless power transfer using a nonlinear parity-time-symmetric circuit[J]. *Nature*, 2017, 546 (7658): 387-390.
- [155] Weimann S, Kremer M, Plotnik Y, et al. Topologically protected bound states in photonic parity-time-symmetric crystals[J]. *Nature Materials*, 2017, 16: 433-438.
- [156] Longhi S. PT-symmetric laser absorber[J]. *Physical Review A*, 2010, 82: 031801.
- [157] Song F, Yao S, Wang Z. Non-Hermitian topological invariants in real space[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 123: 246801.
- [158] Shen H, Zhen B, Fu L. Topological band theory for non-Hermitian Hamiltonians[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120: 146402.
- [159] Zhang K, Yang Z, Fang C. Correspondence between winding numbers and skin modes in non-Hermitian systems[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 125: 126402.
- [160] Gong Z, Ashida Y, Kawabata K, et al. Topological phases of non-Hermitian systems[J]. *Physical Review X*, 2018, 8: 031079.
- [161] Wang K, Dutt A, Yang K Y, et al. Generating arbitrary topological windings of a non-Hermitian band[J]. *Science*, 2021, 371: 1240-1245.
- [162] Kurs A, Karalis A, Moffatt R, et al. Wireless power transfer via strongly coupled magnetic resonances[J]. *Science*, 2007, 317: 83.
- [163] Karalis A, Joannopoulos J D, Soljačić M. Efficient wireless non-radiative mid-range energy transfer[J]. *Annals of Physics*, 2008, 323 (1): 34-48.
- [164] Sample A P, Meyer D A, Smith J R. Analysis, experimental results, and range adaptation of magnetically coupled resonators for wireless power transfer[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, 58 (2): 544-554.
- [165] Yu X, Sandhu S, Beiker S, et al. Wireless energy transfer with the presence of metallic planes[J]. *Applied Physics Letters*, 2011, 99 (21): 214102.
- [166] Thomas E M, Heebl J D, Pfeiffer C, et al. A power Link study of wireless non-radiative power transfer systems using resonant shielded loops[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2012, 59 (9): 2125-2136.

- [167] Yu X, Skauli T, Skauli B, et al. Wireless power transfer in the presence of metallic plates: Experimental results[J]. *AIP Advances*, 2013, 3 (6): 062102.
- [168] Chen L, Liu S, Zhou Y C, et al. An optimizable circuit structure for high-efficiency wireless power transfer[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60 (1): 339-349.
- [169] Zhang F, Hackworth S A, Fu W, et al. Relay effect of wireless power transfer using strongly coupled magnetic resonances[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2011, 47 (5): 1478-1481.
- [170] Jinwook K, Hyeon-Chang S, Kwan-Ho K, et al. Efficiency analysis of magnetic resonance wireless power transfer with intermediate resonant coil[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2011, 10: 389-392.
- [171] Lee C K, Zhong W X, Hui S Y R. Effects of magnetic coupling of nonadjacent resonators on wireless power domino-resonator systems[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2012, 27 (4): 1905-1916.
- [172] Zhong W X, Chi Kwan L, Hui S Y. Wireless power domino-resonator systems with noncoaxial axes and circular structures[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2012, 27 (11): 4750-4762.
- [173] Ahn D, Hong S. A study on magnetic field repeater in wireless power transfer[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60 (1): 360-371.
- [174] Zhong W, Lee C K, Hui S Y R. General analysis on the use of Tesla's resonators in domino forms for wireless power transfer[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60 (1): 261-270.
- [175] Li S, Mi C C. Wireless power transfer for electric vehicle applications[J]. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, 2015, 3 (1): 4-17.
- [176] Ramrakhyani A K, Mirabbasi S, Chiao M. Design and optimization of resonance-based efficient wireless power delivery systems for biomedical implants[J]. *IEEE Transactions on Biomedical Circuits and Systems*, 2011, 5 (1): 48-63.
- [177] Asbóth J K, Oroszlány L, Pályi A. *A Short Course on Topological Insulators*[M]. Berlin: Springer, 2016.

- [178] Bertolotti M. *Waves and Fields in Optoelectronics*[M]. Herts: Prentice Hall International, 2010.
- [179] Chong Y D, Ge L, Cao H, et al. Coherent perfect absorbers: Time-reversed lasers[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105 (5): 053901.
- [180] Chong Y D, Ge L, Stone A D. PT-symmetry breaking and laser-absorber modes in optical scattering systems[J]. *Physical Review Letters*, 2011, 106 (9): 093902.
- [181] Bender C M, Boettcher S. Real spectra in non-Hermitian Hamiltonians having PT symmetry[J]. *Physical Review Letters*, 1998, 80: 5243.
- [182] Zhu B, Lü R, Chen S. PT symmetry in the non-Hermitian Su-Schrieffer-Heeger model with complex boundary potentials[J]. *Physical Review A*, 2014, 89: 062102.
- [183] Feng L, El-Ganainy R, Ge L. Non-Hermitian photonics based on parity-time symmetry[J]. *Nature Photonics*, 2017, 11 (12): 752-762.
- [184] Klaiman S, Gunther U, Moiseyev N. Visualization of branch points in PT-symmetric waveguides[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 101 (8): 080402.
- [185] Lu J, Qiu C, Ye L, et al. Observation of topological valley transport of sound in sonic crystals[J]. *Nature Physics*, 2016, 13 (4): 369-374.
- [186] Guo Z, Jiang H, Sun Y, et al. Asymmetric topological edge states in a quasiperiodic Harper chain composed of split-ring resonators[J]. *Optics Letters*, 2018, 43 (20): 5142-5145.
- [187] Lu L, Joannopoulos J D, Soljačić M. Topological photonics[J]. *Nature Photonics*, 2014, 8 (11): 821-829.
- [188] Ozawa T, Price H M, Amo A, et al. Topological photonics[J]. *Reviews Of Modern Physics*, 2019, 91: 015006.
- [189] Khanikaev A B, Shvets G. Two-dimensional topological photonics[J]. *Nature Photonics*, 2017, 11 (12): 763-773.
- [190] Yves S, Fleury R, Berthelot T, et al. Crystalline metamaterials for topological properties at subwavelength scales[J]. *Nature Communications*, 2017, 8: 16023.
- [191] Khanikaev A B, Mousavi S H, Tse W K, et al. Photonic topological insulators[J]. *Nature Materials*, 2013, 12 (3): 233-239.

- [192] Hafezi M, Mittal S, Fan J, et al. Imaging topological edge states in silicon photonics[J]. *Nature Photonics*, 2013, 7 (12): 1001-1005.
- [193] Poo Y, Wu R X, Lin Z, et al. Experimental realization of self-guiding unidirectional electromagnetic edge states[J]. *Physical Review Letters*, 2011, 106: 093903.
- [194] Yang B, Guo Q, Tremain B, et al. Direct observation of topological surface-state arcs in photonic metamaterials[J]. *Nature Communications*, 2017, 8 (1): 97.
- [195] Yang B, Guo Q, Tremain B, et al. Ideal Weyl points and helicoid surface states in artificial photonic crystal structures[J]. *Science*, 2018, 359 (6379): 1013-1016.
- [196] Bandres M A, Wittek S, Harari G, et al. Topological insulator laser: Experiments[J]. *Science*, 2018, 359: 1231.
- [197] Harari G, Bandres M A, Lumer Y, et al. Topological insulator laser: Theory[J]. *Science*, 2018, 359: 1230.
- [198] Ju L, Shi Z, Nair N, et al. Topological valley transport at bilayer graphene domain walls[J]. *Nature*, 2015, 520 (7549): 650-655.
- [199] Li J, Zhang R-X, Yin Z, et al. A valley valve and electron beam splitter[J]. *Science*, 2018, 362: 1149.
- [200] Yan M, Lu J, Li F, et al. On-chip valley topological materials for elastic wave manipulation[J]. *Nature Materials*, 2018, 17 (11): 993-998.
- [201] Bozzi M, Georgiadis A, Wu K. Review of substrate-integrated waveguide circuits and antennas[J]. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, 2011, 5 (8): 909.
- [202] Jackiw R, Rebbi C. Solitons with fermion number $1/2$ [J]. *Physical Review D*, 1976, 13 (12): 3398-3409.
- [203] Ma H F, Shen X, Cheng Q, et al. Broadband and high-efficiency conversion from guided waves to spoof surface plasmon polaritons[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2014, 8 (1): 146-151.
- [204] Kraus Y E, Lahini Y, Ringel Z, et al. Topological states and adiabatic pumping in quasicrystals[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109 (10): 106402.
- [205] Rechtsman M C, Zeuner J M, Plotnik Y, et al. Photonic Floquet topological

- insulators[J]. *Nature*, 2013, 496 (7444): 196-200.
- [206] Chen W J, Jiang S J, Chen X D, et al. Experimental realization of photonic topological insulator in a uniaxial metacrystal waveguide[J]. *Nature Communications*, 2014, 5: 5782.
- [207] Gao F, Gao Z, Shi X, et al. Probing topological protection using a designer surface plasmon structure[J]. *Nature Communications*, 2016, 7: 11619.
- [208] Xu L, Wang H-X, Xu Y-D, et al. Accidental degeneracy in photonic bands and topological phase transitions in two-dimensional core-shell dielectric photonic crystals[J]. *Optics Express*, 2016, 24 (16): 18059-18071.
- [209] Zilberberg O, Huang S, Guglielmon J, et al. Photonic topological boundary pumping as a probe of 4D quantum Hall physics[J]. *Nature*, 2018, 553 (7686): 59-62.
- [210] Zhang L, Yang Y, He M, et al. Manipulation of valley-polarized topological kink states in ultrathin substrate-integrated photonic circuitry[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2018, 13: 1900159.
- [211] Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics[J]. *Physical Review Letters*, 1987, 58: 2059-2062.
- [212] John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices[J]. *Physical Review Letters*, 1987, 58 (23): 2486-2489.
- [213] Joannopoulos J D, Meade R D, Winn J N. *Photonic Crystals — Molding the Flow of Light*[M]. New Jersey: Princeton University Press, 2007.
- [214] Zhang X, Wang H-X, Lin Z-K, et al. Second-order topology and multidimensional topological transitions in sonic crystals[J]. *Nature Physics*, 2019, 15: 582-588.
- [215] Zhang Z, Wei Q, Cheng Y, et al. Topological creation of acoustic pseudospin multipoles in a flow-free symmetry-broken metamaterial lattice[J]. *Physical Review Letters*, 2017, 118 (8): 084303.
- [216] Benalcazar W A, Teo J C Y, Hughes T L. Classification of two-dimensional topological crystalline superconductors and Majorana bound states at disclinations[J]. *Physical Review B*, 2014, 89: 224503.

-
- [217] Benalcazar W A, Li T, Hughes T L. Quantization of fractional corner charge in C_n -symmetric higher-order topological crystalline insulators[J]. Physical Review B, 2019, 99: 245151.
- [218] Longhi S. Non-Bloch-band collapse and chiral zener tunneling[J]. Physical Review Letters, 2020, 124 (6): 066602.

攻读博士学位期间的研究成果

已发表的期刊论文:

- [1] L. Zhang#, Y. Yang##*, Y. Ge#, Y.-J. Guan, Q. Chen, Q. Yan, F. Chen, R. Xi, Y. Li, D. Jia, S.-Q. Yuan, H.-X. Sun*, H. Chen*, B. Zhang*. “Acoustic non-Hermitian skin effect from twisted winding topology[J],” **Nature Communications**, 2021, 12: 6297. (SCI 收录 IF 14.919)
- [2] L. Zhang#, Y. Yang##*, Z. Jiang, Q. Chen, Q. Yan, Z. Wu, B. Zhang*, J. Huangfu*, H. Chen*. “Demonstration of topological wireless power transfer[J],” **Science Bulletin**, 2021, 66(10): 974-980. (SCI 收录 IF 11.78)
- [3] L. Zhang#, Y. Yang##*, Z.-K. Lin, P. Qin, Q. Chen, F. Gao, E. Li, J.-H. Jiang*, B. Zhang, H. Chen*. “Higher-order topological states in surface-wave photonic crystals[J],” **Advanced Science**, 2020, 7: 1902724. (SCI 收录 IF 16.806)
- [4] L. Zhang#, Y. Yang##*, M. He#, H.-X. Wang#, Z. Yang, E. Li, F. Gao, B. Zhang, R. Singh, J.-H. Jiang*, H. Chen*. “Valley kink states and topological channel intersections in substrate-integrated photonic circuitry[J],” **Laser & Photonics Reviews**, 2019, 13: 1900159. (SCI 收录 IF 13.138, 封底论文)
- [5] Y. Yang, Z. Gao*, H. Xue, L. Zhang, M. He, Z. Yang, R. Singh, Y. Chong, B. Zhang*, H. Chen* “Realization of a three-dimensional photonic topological insulator[J],” **Nature**, 2019, 565: 622-626. (SCI 收录 IF 49.962)
- [6] L. Peng*, L. Duan, K. Wang, F. Gao, L. Zhang, G. Wang, Y. Yang, H. Chen*, S. Zhang*. “Transverse photon spin of bulk electromagnetic waves in bianisotropic media[J],” **Nature Photonics**, 2019, 13: 878. (SCI 收录 IF 38.771, 封面论文)
- [7] Q. Chen, L. Zhang, M. He, Z. Wang, X. Lin, F. Gao, Y. Yang*, B. Zhang*, H. Chen*. “Valley-Hall photonic topological insulators with dual-band kink states[J],”

- Advanced Optical Materials**, 2019, 7: 1900036. (SCI 收录 IF 9.926)
- [8] Q. Chen, **L. Zhang**, F. Chen, Q. Yan, R. Xi, H. Chen*, Y. Yang*. “Photonic topological valley-locked waveguides[J],” **ACS Photonics**, 2021, 8: 1400–1406. (SCI 收录 IF 7.529)
- [9] Q. Chen, Y. Yang*, **L. Zhang**, J. Chen, M. Li, X. Lin, R. Li, Z. Wang, B. Zhang*, H. Chen*. “Negative refraction of ultra-squeezed in-plane hyperbolic designer polaritons[J],” **Photonics Research**, 2021, 9: 1540. (SCI 收录 IF 7.08)
- [10] Q. Yan, Q. Chen, **L. Zhang**, R. Xi, H. Chen, Y. Yang*. “Unconventional Weyl exceptional contours in non-Hermitian photonic continua[J],” **Photonics Research**, 2021, 9: 2435-2442. (SCI 收录 IF 7.08)
- [11] M. He, **L. Zhang**, H. Wang*. “Two-dimensional photonic crystal with ring degeneracy and its topological protected edge states[J],” **Scientific Reports**, 2019, 9: 3815. (SCI 收录 IF 4.379)
- [12] Q. Chen, **L. Zhang**, S. Xu, Z. Wang, E. Li, Y. Yang*, H. Chen*. “Robust waveguiding in substrate-integrated topological photonic crystals[J],” **Applied Physics Letters**, 2020, 116: 231106. (SCI 收录 IF 3.791)

已发表的会议论文:

- [13] **L. Zhang**, Q. Chen, Y. Yang, H. Chen. “Multidimensional topological transition in subwavelength meta-surface[C],” **Cross Strait Radio Science and Wireless Technology Conference (CSRSWTC)**, 2020. (EI 收录)
- [14] Q. Chen, **L. Zhang**, Y. Yang, H. Chen. “Robustness analysis of the dual-band kink states in valley-Hall photonics topological insulators[C],” **Cross Strait Radio Science and Wireless Technology Conference (CSRSWTC)**, 2020. (EI 收录)